



Analytical investigation of temperature and thermostressed state of ingots at cooling is carried out and dependence of the temperature stresses level on index of surface heat-sink cooling along the perimeter of ingot is determined.

В. И. ТИМОШПОЛЬСКИЙ, ПИИ «ЕВРОСТАЛЬ ЛТД» (УКРАИНА),
И. А. ТРУСОВА, П. Э. РАТНИКОВ, Д. В. МЕНДЕЛЕВ, БНТУ

УДК 669.18

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОНАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ СТАЛЬНОГО СЛИТКА ПРИ ТРАНСПОРТИРОВКЕ ИЗ ПЕЧИ НА ПРОКАТНЫЙ СТАН

Введение. Одной из основных проблем повышения качества проката является предотвращение трещинообразования в металле. Появление трещин в прокатываемом слитке обусловлено наложением термических напряжений, возникающих за счет неоднородности температурного поля остывающего слитка, и напряжений, вызванных деформированием металла при прокатке. Суперпозиция указанных напряжений особенно сказывается на появлении рванин в тех случаях, когда нарушается синхронность работы технологической цепи «нагревательное устройство – транспортное обеспечение – прокатный стан». Однако даже при синхронной работе этой системы, когда снижение среднemasсовой температуры слитка находится в допустимых пределах, поверхность слитка подвергается более глубокому охлаждению, особенно углы и ребра. Такая неоднородность температурного поля вызывает не только появление температурных напряжений. Более охлажденный металл увеличивает сопротивляемость пластическому деформированию. Поэтому в более охлажденных местах (в зоне ребер) при прокатке возникают остаточные растягивающие напряжения.

Имеющиеся в настоящее время некоторые рекомендации по выравниванию температурного поля слитков, как правило, основаны на практических наблюдениях и недостаточно обоснованы с теоретической точки зрения.

В настоящей работе проведено аналитическое исследование температурного и термонапряженного состояния слитков при охлаждении и установлена зависимость уровня температурных напряжений от показателя неоднородности поверхностного теплоотвода по периметру слитка.

Математическое моделирование температурного поля остывающего слитка. Для аналитического исследования влияния неоднородности теплоотвода по периметру слитка на его температурное и термонапряженное состояние использована математическая модель

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi_1^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi_2^2} = \frac{\partial \theta}{\partial \tau}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi_1} \Big|_{\xi_1=1} = -Ki_0[1 + P(\tau)\xi_2^2], \quad \frac{\partial \theta}{\partial \xi_1} \Big|_{\xi_1=0} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi_2} \Big|_{\xi_2=1} = -Ki_0[1 + P(\tau)\xi_1^2], \quad \frac{\partial \theta}{\partial \xi_2} \Big|_{\xi_2=0} = 0, \quad (3)$$

$$\theta(\xi_1, \xi_2, 0) = 1 - \frac{Ki_0}{2}(\xi_1^2 + \xi_2^2), \quad (4)$$

где

$$\theta(\xi_1, \xi_2, \tau) = \frac{T(\xi_1, \xi_2, \tau) - T_c}{T_0 - T_c};$$

$$\xi_1 = \frac{x}{H}; \quad \xi_2 = \frac{y}{H}; \quad \tau = F_0 = \frac{at}{H^2}; \quad Ki_0 = \frac{q_0 H}{\lambda(T_0 - T_c)};$$

T_0 , T_c – начальная температура центра слитка и температура охлаждающей среды (воздуха); $2H$ – ширина стороны сечения призмы (квадрата); q_0 – поверхностный тепловой поток по центру грани слитка; $P(\tau)$ – функция, учитывающая неоднородность поверхностного потока $q_n(\tau, \xi_1, \xi_2)$ по периметру слитка.

Так как в самом начале охлаждения предполагается, что температурное поле однородное, то при $\tau = 0$ функция $P(\tau)$ должна быть равна нулю.

В конце процесса охлаждения, когда температура слитка сравнивается с температурой воздуха (теоретически при $\tau \rightarrow \infty$), функция $P(\tau)$ также должна обращаться в нуль. Таким образом,

$$P(0) = \theta, \quad P(\tau)|_{\tau \rightarrow \infty} \rightarrow 0. \quad (5)$$

Исходя из этого, в качестве $P(\tau)$ принята функция

$$P(\tau) = P_0 \tau \exp(-b\tau). \quad (6)$$

Полученное методом эквивалентных источников [1] приближенное аналитическое решение поставленной задачи нестационарной теплопроводности (1)–(6) имеет вид

$$\begin{aligned} \theta(\xi_1, \xi_2, \tau) = & 1 - \frac{Ki_0}{2} \left\{ [(\xi_1^2 + \xi_2^2) + 4(\tau - \tau_0)] + \right. \\ & + \frac{P_0 \tau e^{-b\tau}}{12} [2(\xi_1^2 + \xi_2^2) + 12\xi_1^2 \xi_2^2 - (\xi_1^4 + \xi_2^4)] + \\ & + \frac{4P_0 e^{-b\tau_0}}{3b^2} [b(\tau_0 - \tau e^{-b(\tau - \tau_0)}) + (1 - e^{-b(\tau - \tau_0)})] + \\ & \left. + \frac{13P_0 e^{-b\tau_0}}{90} [\tau_0 - \tau e^{-b(\tau - \tau_0)}] \right\}. \quad (7) \end{aligned}$$

Приближенное решение описывает температурное поле квадратного слитка в упорядоченный период его остывания, когда $\tau \geq \tau_0$. Полагая в выражении (7) $\tau = \tau_0$, находим температурное поле в момент окончания инерционного этапа

$$\begin{aligned} \theta(\xi_1, \xi_2, \tau) = & 1 - \frac{Ki_0}{2} \left\{ (\xi_1^2 + \xi_2^2) + \right. \\ & \left. + \frac{P_0 \tau_0 e^{-b\tau_0}}{12} [2(\xi_1^2 + \xi_2^2) + 12\xi_1^2 \xi_2^2 - (\xi_1^4 + \xi_2^4)] \right\}. \quad (8) \end{aligned}$$

Продолжительность τ_0 инерционного этапа определяется по формуле $\frac{1}{\tau_0} = \frac{1}{\tau_{01}} + \frac{1}{\tau_{02}} = \frac{2}{\tau_{01}}$, вытекающей из предположения, что скорость прогрева квадратной призмы и скорости прогрева соответствующих пластин, образующих в пересечении призму, связаны между собой соотношением

$$v_2 = v_1^2 + v_2^2, \quad v = u\sqrt{\tau}, \quad v_1 = v_2 = u_1\sqrt{\tau_1}.$$

В нашем случае, согласно работе [2], продолжительность прогрева пластины при граничном условии II рода равна $\tau_{01} = 1/6$. Следовательно, период инерционного этапа прогрева (или охлаждения) длинного слитка квадратного сечения будет в 2 раза меньше, т. е. $\tau_0 = \tau_{01}/2 = 0,0833$, что соответствует инерционному этапу для длинного цилиндра.

Математическое моделирование поля температурных напряжений в остывающем слитке. Как известно (например, [3, 4]), для определения термоупругих напряжений, возникающих в длинной прямоугольной призме, необходимо решить систему уравнений

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = \frac{1+\mu}{1-\mu} \alpha_T T(x, y, t), \quad (9)$$

$$\frac{\partial^4 \Psi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \Psi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \Psi}{\partial y^4} = 0 \quad (10)$$

с граничными условиями

$$\left[2G \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \right]_{x=\pm H} = 0, \quad (11)$$

$$\left[2G \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \right]_{y=\pm H} = 0,$$

$$\left[2G \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial y} \right]_{x=\pm H} = 0. \quad (12)$$

Зная функции Эри $\Phi(x, y, t)$ и $\Psi(x, y, t)$, нормальные и касательные напряжения определяем по формулам

$$\sigma_x = - \left(2G \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \right), \quad (13)$$

$$\sigma_y = - \left(2G \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \right), \quad (14)$$

$$\tau_{xy} = + \left(2G \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial y} \right), \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \sigma_z = & \left[\frac{1}{H^2} \int_0^H \int_0^H T(x, y, t) dx dy - T(x, y, t) \right] - \\ & - \mu \left[\frac{1}{H^2} \int_0^H \int_0^H \nabla^2 \Psi dx dy - \nabla^2 \Psi \right]. \quad (17) \end{aligned}$$

Для решения поставленной задачи термоупругости введем безразмерную функцию напряжений

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{K_\sigma}, \quad K_\sigma = \frac{\alpha_1 E}{1-\mu} (T_0 - T_c) Ki_0, \quad (18)$$

где E – модуль упругости I рода; $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$ – модуль упругости II рода; μ – коэффициент Пуассона

на; α_T – коэффициент линейного температурного расширения.

В первой части уравнения Пуассона (9) под T следует понимать избыточную функцию температуры, т. е. разность между начальной температурой и температурой в произвольный момент времени.

Поэтому введем относительную избыточную температуру

$$U(\xi_1, \xi_2, \tau) = \frac{T_0 - T(\xi_1, \xi_2, \tau)}{T_0 - T_c}, \quad (19)$$

которая с предыдущей температурной функцией $\theta(\xi_1, \xi_2, \tau)$ связана очевидным соотношением

$$U(\xi_1, \xi_2, \tau) = 1 - \theta(\xi_1, \xi_2, \tau). \quad (20)$$

После этого уравнения (9), (10), граничные условия (11), (12) и формулы (13)–(16) принимают вид

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi_1^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi_2^2} = \frac{U(\xi_1, \xi_2, \tau)}{Ki_0}, \quad (21)$$

$$\frac{\partial^4 \varphi}{\partial \xi_1^4} + 2 \frac{\partial^4 \varphi}{\partial \xi_1^2 \partial \xi_2^2} + \frac{\partial^4 \varphi}{\partial \xi_2^4} = 0, \quad (22)$$

$$\bar{\sigma}_x = \frac{\partial^2}{\partial \xi_2^2} (\varphi - \varphi) \Big|_{\xi_1 = \pm 1} = 0, \quad \bar{\sigma}_y = \frac{\partial^2}{\partial \xi_1^2} (\varphi - \varphi) \Big|_{\xi_1 = \pm 1} = 0, \quad (23)$$

$$\bar{\tau}_{xy} = \frac{\partial^2}{\partial \xi_1 \partial \xi_2} (\varphi - \varphi) \Big|_{\xi_1 = \pm 1} = \frac{\partial^2}{\partial \xi_2 \partial \xi_1} (\varphi - \varphi) \Big|_{\xi_2 = \pm 1} = 0, \quad (24)$$

$$\bar{\sigma}_x = \frac{\partial^2}{\partial \xi_2^2} (\varphi - \varphi), \quad \bar{\sigma}_y = \frac{\partial^2}{\partial \xi_1^2} (\varphi - \varphi), \quad (25)$$

$$\bar{\tau}_{xy} = \frac{\partial^2}{\partial \xi_1 \partial \xi_2} (\varphi - \varphi),$$

$$\bar{\sigma}_z = \left[\int_0^1 \int_0^1 \frac{U}{Ki_0} (\xi_1, \xi_2, \tau) d\xi_1 d\xi_2 - \frac{U}{Ki_0} (\xi_1, \xi_2, \tau) \right] - \mu \left[\int_0^1 \int_0^1 \nabla^2 \varphi d\xi_1 d\xi_2 - \nabla^2 \varphi (\xi_1, \xi_2, \tau) \right]. \quad (26)$$

Здесь

$$\varphi(\xi_1, \xi_2, \tau) = \frac{\Phi}{K_\Phi}; \quad K_\Phi = \frac{1 + \mu}{E} H^2 K_\sigma;$$

$$\varphi(\xi_1, \xi_2, \tau) = \frac{\Psi}{K_\Psi}; \quad K_\Psi = H^2 K_\sigma; \quad \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2;$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial \xi_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial \xi_2^2}$$

– оператор Лапласа.

Полученные аналитические выражения термоупругой задачи (21)–(26) с учетом тепловой задачи (1)–(4) имеют вид

$$\bar{\sigma}_x = \frac{1 - \xi_1^2}{2} \left\{ \left[1 + \frac{P(\tau)}{6} \right] + \frac{P(\tau)}{6} \left[(1 + \xi_2^2) + \frac{1}{6} (1 + \xi_1^2) \right] \right\}, \quad (27)$$

$$\bar{\sigma}_y = \frac{1 - \xi_2^2}{2} \left\{ \left[1 + \frac{P(\tau)}{6} \right] + \frac{P(\tau)}{6} \left[(1 - \xi_1^2) + \frac{1}{6} (1 - \xi_2^2) \right] \right\}, \quad (28)$$

$$\bar{\tau}_{xy} = \xi_1 \xi_2 \left\{ \left[1 + \frac{P(\tau)}{6} \right] + \frac{P(\tau)}{6} \left[1 + \frac{1}{3} (\xi_1^2 + \xi_2^2) \right] \right\}. \quad (29)$$

Следует отметить, что если выражения для нормальных напряжений $\bar{\sigma}_x$ (27) и $\bar{\sigma}_y$ (28) удовлетворяют граничным условиям (23) точно, то касательные напряжения (29) – условиям (24) приближенно (интегрально) при условии Сен-Венана–Лейбензона:

$$\int_{-1}^{+1} \bar{\tau}_{xy} \Big|_{\xi_1 = \pm 1} d\xi_2 = \int_{-1}^{+1} \bar{\tau}_{yx} \Big|_{\xi_2 = \pm 1} d\xi_1 = 0. \quad (30)$$

Выражение для определения продольного напряжения $\bar{\sigma}_z$ имеет вид:

$$\sigma_z = - \left[1 + \frac{P(\tau)}{6} \right] \frac{2 - 3(\xi_1^2 + \xi_2^2)}{6} - \frac{P(\tau)}{18} \left(1 + \frac{2}{3} \mu \right) (1 - 9\xi_1^2 \xi_2^2) + \frac{P(\tau)}{120} \left(1 + \frac{4}{3} \mu \right) \left[2 - 5(\xi_1^4 + \xi_2^4) \right]. \quad (31)$$

Полученные аналитические выражения температурных напряжений, возникающих в охлаждаемой неограниченной призме, позволяют провести анализ зависимости термонапряженного состояния от степени неоднородности поверхностного теплоотвода по периметру слитка.

Анализ температурного и термонапряженного состояния охлаждаемого слитка. Проведем анализ температуры поверхности в зависимости

Таблица 1. Изменение температурного перепада (37) по ширине $0 \leq \xi_1 \leq \pm 1$ граней ($\xi_2 = \pm 1$) призмы для случая $P = \text{const} = -0,923$

ξ_1	0	$\pm 0,25$	$\pm 0,50$	$\sqrt{0,50}$	$\pm 0,75$	± 1
$\frac{\Delta\theta}{Ki_0}$	0,4615	0,4593	0,4573	0,4519	0,4521	0,4615
$\delta\left(\frac{\Delta\theta}{Ki_0}\right)\%$	+ 0,92	+ 0,44	0	-1,18	-1,14	-0,92

от периметра $P(\tau)$. Полагая в выражении (7) $\xi_2 = 1$, имеем функцию, описывающую изменение температуры поверхности по ширине грани призмы:

$$\theta_n(\xi_1, 1; \tau) = \theta_n(\tau) - \frac{Ki_0}{2} \left[1 + \xi_1^2 + \frac{P(\tau)}{12} (1 + 14\xi_1^2 - \xi_1^4) \right]. \quad (32)$$

Здесь значение относительной избыточной функции θ определяется, как и в задаче (1)–(4):

$$\theta_n(\tau) = 1 - 2Ki_0 \left\{ (\tau - \tau_0) + \frac{P(\tau_0)}{3b^2\tau_0} [b(\tau_0 - \tau)e^{-b(\tau-\tau_0)}] + (1 - e^{-b(\tau-\tau_0)}) \right\} + \frac{13P(\tau_0)}{360\tau_0} \left[\tau_0 - \tau e^{-b(\tau-\tau_0)} \right]. \quad (33)$$

Исследуем функцию (32) на экстремум по координате ξ_1 . Для этого приравняем нулю производную

$$\frac{\partial \theta_n}{\partial \xi_1} = -\frac{Ki_0}{2} \left[2\xi_1 + \frac{P(\tau)}{12} (28\xi_1 - 4\xi_1^3) \right].$$

Приходим к кубическому уравнению

$$\xi_* + \frac{P(\tau)}{6} \xi_* (7 - \xi_*^2) = 0, \quad (34)$$

корни которого, очевидно, следующие:

$$\xi_*' = 0, \quad \xi_*'' = \sqrt{\frac{6}{P(\tau)} \left[1 + \frac{7}{6} P(\tau) \right]}, \quad \xi_*''' = -\xi_*''. \quad (35)$$

Следовательно, по ширине грани призмы температурное поле имеет три экстремальные точки, положение которых зависит от параметра $P(\tau)$.

При $P(\tau) = -\frac{6}{7}$ все три точки сливаются в одну ($\xi_* = 0$); при $P(\tau) = -1$ экстремальные точки находятся на концах интервала $[0, \pm 1]$; при $P > 0$ и $P < -1$ координаты ξ_*'' и ξ_*''' теряют физический смысл, так как выходят за границы призмы, т. е. становятся большими единицы.

Определим значение параметра $P(\tau)$, при котором функция $\theta_n(\xi_1, \tau)$ (32) на концах интервала $(0; \pm 1)$ будет иметь одинаковые значения, т. е. будет выполняться условие

$$\theta_n|_{\xi_1=0} = \theta_n|_{\xi_1=\pm 1}. \quad (36)$$

Подставляя в равенство (36) функцию (32), устанавливаем, что оно будет выполняться, если $P(\tau) = -\frac{12}{13}$. Таким образом, если параметр $P(\tau)$ поддерживается постоянным и равным $P \approx P_0 \approx -0,923$, то температуры середины грани и ребра слитка будут одинаковы.

Рассмотрим, как при этом значении P будет изменяться температурное поле вдоль ширины грани призмы ($\xi_2 = \pm 1; 0 \leq \xi_1$).

Запишем функцию температурного перепада

$$\frac{\Delta\theta_0(\xi_1; 1; \tau)}{Ki_0} = \frac{\theta_n(\tau) - \theta_n(\xi_1; 1; \tau)}{Ki_0}. \quad (37)$$

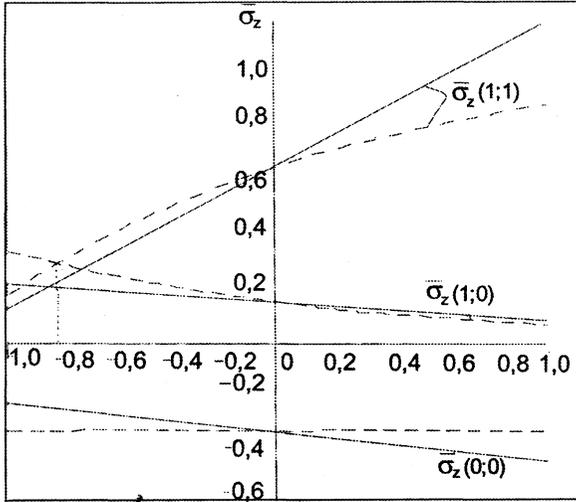
Соответствующие расчеты температурного перепада приведены в табл. 1.

Расчеты показали, что центр тяжести фигуры, ограниченной функцией (37) с учетом (33) при $P = -0,923$, находится в точке $\xi_1 = 0,4986$, что практически совпадает с серединой интервала $0 \leq \xi_1 \leq 1$, где температурный перепад $\frac{\Delta\theta}{Ki_0} = 0,4986$.

В таблице также показано отклонение (в %) температурного перепада, определенного по выражению (37), от его среднего значения вдоль ширины грани призмы. Это отклонение весьма незначительно и находится в пределах точности как математической модели, так и ее аналитического решения.

Таким образом, если обеспечить изменение теплового потока на границе слитка по закону

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi_2} = -Ki_0(1 - 0,923\xi_1^2), \quad (38)$$



Зависимость осевых напряжений $\bar{\sigma}_z$ от параметра P периметрической неоднородности поверхностного теплового потока охлаждающего слитка

то температурный перепад вдоль периметра слитка будет практически неизменным (возможны колебания порядка $\pm 1\%$).

Аналогичный анализ выполнен для термонапряженного состояния, при этом рассмотрены продольные (осевые) напряжения как наиболее существенные с точки зрения трещинообразования при прокатке слитков.

Функцию $\bar{\sigma}_z$ (31) для нескольких характерных точек сечения слитка (при $\mu = 0,25$) запишем в виде:

$$\bar{\sigma}_z(1;1) = \frac{2}{3}(1+0,811P), \quad \bar{\sigma}_z(1;0) = \frac{1}{6}(1-0,422P),$$

$$\bar{\sigma}_z(0;0) = \frac{1}{3}(1+0,328P).$$

На рисунке показана зависимость осевых напряжений $\bar{\sigma}_z$ (37) в области ребра, середины грани

и центра сечения от параметра P неравномерности теплоотода по периметру призмы. Сплошными линиями представлена зависимость $\bar{\sigma}_z$ от P при одном и том же значении Ki_0 (тепловой поток в средней точке грани). Но при постоянстве Ki_0 при различных значениях среднемаховая интенсивность охлаждения будет различная, что также влияет на уровень напряжений. Поэтому, чтобы исключить это влияние и выделить в чистом виде связь $\bar{\sigma}_z$ только от параметра P при одной и той же интегральной характеристике теплоотода, для каждого значения параметра P вычисляли эквивалентный критерий Ki_0 , при котором суммарные потери теплоты с поверхности были бы во всех случаях одинаковы и равны Ki_3 .

Как видно из рисунка, при P , близком к -1 , напряжения $\bar{\sigma}_z$ в области ребра и середины грани призмы не только выравниваются, но и резко уменьшаются. В табл. 2 приведены значения $\bar{\sigma}_z$ для трех вариантов P .

Так как при охлаждении слитков на воздухе теплоотвод идет более интенсивно от его ребер, чем от середины граней, то в соответствии с граничными условиями (2), (3) из рассмотренных в таблице значений P качественно наиболее близким к действительности является вариант $P = 1$. Если принять его за основу, то с уменьшением P растягивающие термические напряжения $\bar{\sigma}_z$ выравниваются по сечению призмы.

Приравняв напряжения $\bar{\sigma}_z(1;1)$ и $\bar{\sigma}_z(1;0)$, легко подсчитать, что при $P = 0,818$ напряжения на ребре и по средней линии грани будут одинаковыми. В табл. 3 приведены значения напряжений в ряде точек вдоль линии $-1 \leq \xi_1 \leq 1$ при $P = -0,812$.

Из таблицы видно, что при $P = -0,812$ напряжения $\bar{\sigma}_z$ по ширине грани распределяются практи-

Таблица 2. Значение $\bar{\sigma}_z$ при трех значениях параметра P неравномерности теплоотдачи по периметру

P	$\xi_1 = 1; \xi_2 = 1$		$\xi_1 = 1; \xi_2 = 0$		$\xi_1 = 0; \xi_2 = 0$	
	$\bar{\sigma}_z$	$\bar{\sigma}_z, \%$	$\bar{\sigma}_z$	$\bar{\sigma}_z, \%$	$\bar{\sigma}_z$	$\bar{\sigma}_z, \%$
1	1,207	0	0,096	0	-0,433	0
0	0,667	-45	0,167	+74	-0,333	-24
-1	0,126	-90	0,237	+147	-0,235	-46

Таблица 3. Распределение напряжений $\bar{\sigma}_z$ вдоль линии $0 \leq \xi_1 \leq \pm 1; \xi_2 \leq \pm 1$ при $P = -0,812$

ξ_1	0	$\pm 0,2$	$\pm 0,4$	$\pm 0,6$	$\pm \sqrt{0,6}$	$\pm 0,8$	$\pm 1,0$
$\bar{\sigma}_z$	0,224	0,2223	0,2179	0,2136	0,2127	0,2146	0,2240
$\Delta \bar{\sigma}_z, \%$	+2,6	+1,83	-0,18	-2,15	-2,56	-2,15	+2,60

чески равномерно. Отклонение от среднего напряжения $\bar{\sigma}_{z\text{cp}} = 0,2183$ не превышает $\pm 2,6\%$, что находится в пределах точности математической модели и ее решения.

Следовательно, если изменить характер охлаждения слитков перед прокаткой таким образом, чтобы теплоотвод от ребра составлял $\approx 18\%$ теплоотвода от середины грани, то растягивающие температурные напряжения на поверхности слитка будут распределены по периметру равномерно, а уровень их снизится примерно в 5 раз по сравнению с обычным охлаждением:

$$\left(\frac{\sigma_z(P=+1)}{\sigma_z(P=-0,818)} = \frac{1,207}{0,224} = 5,4 \right).$$

Выводы

Причиной образования поверхностных дефектов при прокатке слитков и заготовок является суперпозиция трех основных факторов: технологически обусловленной неблагоприятной схемы напряженного состояния с наличием растягивающих напряжений, локальных термических напряжений того же знака и механических концентраторов этих напряжений. Внедрение термоэкранирования слитков перед прокаткой значительно уменьшит разницу температур между углами и гранями слитка, что позволит получить равномерное распределение по поверхности слитка температурных растягивающих напряжений при общем снижении их уровня в 5–6 раз по сравнению с обычным охлаждением.

Литература

1. Постольник Ю. С. Метод эквивалентных источников в задачах нестационарной теплопроводности // Теплообмен и гидродинамика. Киев, 1977. С. 161–167.
2. Постольник Ю. С. Определение скорости распространения тепла // Изв. вузов. Черная металлургия. 1968. № 10. С. 151–154.
3. Мелан Э., Паркус Г. Термоупругие напряжения, вызываемые стационарными температурными полями. М., 1958.
4. Коваленко А. Д. Основы термоупругости. Киев, 1970.