



The processes of mass transfer in dendritic grid of hardening steel ingots and continuously cast slugs are investigated using the mathematical modeling taking into account separation diffusion in two-phase zone and inflow of melt into the shrinkage zone. The regularities of the additives (by the example of carbon and sulfur) allocation are determined.

Ю. А. САМОЙЛОВИЧ, НПП «Платан», Россия,  
В. И. ТИМОШПОЛЬСКИЙ, НАН Беларуси, Е. В. КАЛИНЕВИЧ, БИТУ

УДК 621.746

## ПРОЦЕССЫ МАССОПЕРЕНОСА В ДЕНДРИТНОЙ СЕТКЕ ПРИ ЗАТВЕРДЕВАНИИ СТАЛЬНЫХ СЛИТКОВ И ЗАГОТОВОК

**Введение.** Явление химической неоднородности в стальных слитках и заготовках при их затвердевании (внецентренная ликвация, осевая химическая неоднородность и т.д.) в значительной степени определяется условиями перемещения расплава в междендритном пространстве двухфазной зоны слитков. Для непрерывнолитых стальных заготовок возникновение осевой химической неоднородности обусловлено течением расплава в двухфазной зоне в направлении усадочных зон в центральной части заготовок, которые затвердевают в последнюю очередь [1–4], что доказано экспериментально в ряде работ [5–7], а также подтверждено результатами компьютерного моделирования [8–10].

В ранее опубликованной работе [4], посвященной теоретическому описанию процессов образования осевой химической неоднородности (ОХН) непрерывнолитых заготовок, показано, что ОХН вызвана двумя процессами — разделительной диффузией на границе раздела твердой и жидкой фаз и притоком в зону усадки расплава, обогащенного ликвирующими элементами изучаемого сплава. Соответственно прирост концентрации растворимой примеси на оси заготовок считается состоящим из двух частей: «диффузионной» и «трансляционной».

Ниже в продолжении исследований работы [4] изложены результаты теоретического анализа «трансляционной» части, обусловленной переносом в зону усадки примеси с потоком расплава, и

«диффузионной» составляющей прироста концентрации в осевой зоне затвердевающих непрерывнолитых заготовок, обусловленной процессом разделительной диффузии.

**Анализ поля скоростей в дендритной сетке.** При оценке средней скорости перемещения расплава в двухфазной зоне затвердевающего слитка использовано понятие «проницаемости» дендритной сетки, значения которой установлены эмпирическим путем для ряда цветных металлов и стали [8, 11].

Согласно А.И. Вейнику [11], средние значения коэффициента проницаемости для сплавов (Al–Sn, Pb–Sn) изменяются в сравнительно узких пределах и составляют  $K=10^{-11}–10^{-12}$  м<sup>2</sup>. Результаты японских исследователей [8] установлены зависимости коэффициента проницаемости углеродистой стали от доли жидкой фазы  $\varphi$  в двухфазной системе «дендритные кристаллиты–расплавы» в виде следующих соотношений:

$$K = 10^{-7} + (\varphi - 0,85) \cdot 10^{-4} \quad (\text{м}^2) \quad \text{при } \varphi > 0,85,$$

$$K = 10^{-9} \quad (\text{м}^2) \quad \text{при } 0,85 > \varphi > 0,7,$$

$$K = 3,25 \cdot 10^{-10} \varphi^3 \quad (\text{м}^2) \quad \text{при } \varphi < 0,7.$$

В работе [4] при анализе стационарного распределения скорости течения расплава в плоском канале длиной 25 см (при  $\rho=7000$  кг/м<sup>3</sup> и  $\mu=0,0062$  Па·с) получены значения скорости течения (см. таблицу).

**Значения скорости течения  $U$ , см/с, расплава железа в канале длиной 25 см при различных значениях проницаемости и давлений на границах**

$K_1, \text{м}^2$	$P_1(X=0)=0$ $P_2(X=0,25)=-10^5 \text{Па}$	$P_1(X=0)=2 \cdot 10^5 \text{Па}$ $P_2(X=0,25)=-10^5 \text{Па}$	$P_1(X=0)=2 \cdot 10^5 \text{Па}$ $P_2(X=0,25)=-2 \cdot 10^5 \text{Па}$
$10^{-9}$	6,5	19	27
$10^{-10}$	0,65	1,9	2,7
$10^{-11}$	0,065	0,19	0,27
$10^{-12}$	0,0065	0,019	0,027

Указанные средние скорости течения использованы для более детального описания профиля скоростей в междендритном пространстве.

При математической формулировке задачи с целью определения профиля скоростей течения расплава на участках контакта с вторичными ветвями дендритов сделаны следующие предположения:

- движение расплава ограничено в зоне столбчатых кристаллитов;
- течение расплава описывается уравнением Навье—Стокса

$$\rho \frac{\partial U}{\partial t} - \mu \nabla^2 U + \nabla p = F, \quad (2)$$

где  $U$  — вектор скорости потока;  $F$  — вектор внешней силы;  $p$  — локальное давление, причем решение уравнения (2) осуществляется для расчетного элемента  $ABCD$ , расположенного между двумя соседними осями первого порядка и пятью ветвями второго порядка (рис. 1);

на участках контакта расплава с ветвями дендритов использовано «условие прилипания»;

- на входе в расчетный интервал  $ABCD$  (вдоль стороны  $AB$ ) задана начальная (входная) скорость течения расплава  $U_0$ , значения которой изменяются в пределах  $0,1-1,0$  мм/с.

Для решения задачи привлечен метод конечных элементов, при этом варьировали размеры ветвей первого и второго порядка при условии неизменного их взаимного расположения.

Анализ полученных результатов по изменению во времени компонент вектора скоростей потока показал, что:

1) для движения расплава в междендритном пространстве при указанных входных скоростях характерным является ламинарный режим течения;

2) с увеличением длины ветвей второго порядка происходит сужение каналов, по которым течет расплав, и в соответствии с законами гидравлики наблюдается ускорение потоков металла.

На рис. 2 показана картина течения расплава для случая, когда происходит сближение вершин ветвей второго порядка, растущих навстречу друг другу (параметры дендрита приняты равными  $L_1=L_2=1$  мм).

Здесь же приводится разметка контрольных сечений  $AB$ ,  $CD$  и  $C_1D_1$ , в которых фиксируется профиль продольной компоненты вектора скоростей потоков  $U(x, y)$  при установлении стационарного режима течения.

Результаты расчетного анализа (рис. 2) показывают, что поток расплава, стекающего с вершины  $D$  верхней ветви дендрита, приобретает на участке  $CD$  канала скорость течения, превышающую начальное значение  $U_0$ . В результате на соседнюю (нижнюю) вторичную ветку дендрита натекает поток расплава с повышенной скоростью, что вызывает определенные изменения процесса массообмена в поверхностном слое ветки дендрита.

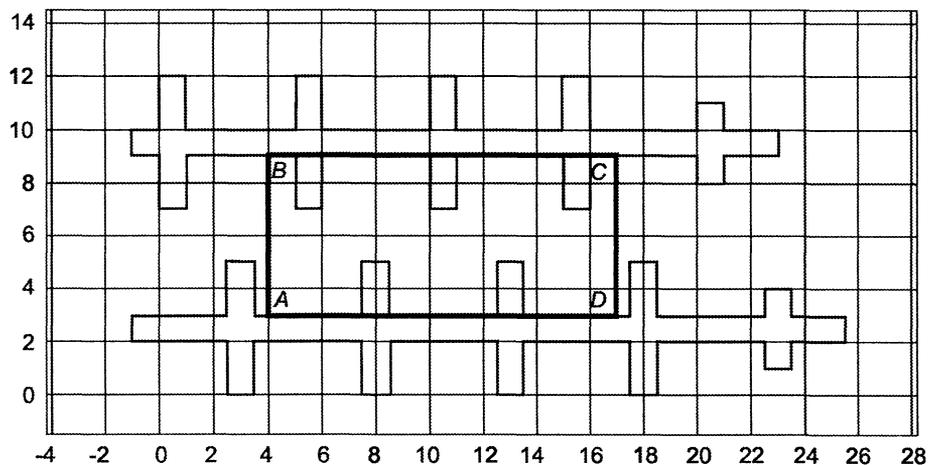


Рис. 1. Схема выделения расчетного элемента  $ABCD$  в системе двух соседних дендритных кристаллитов

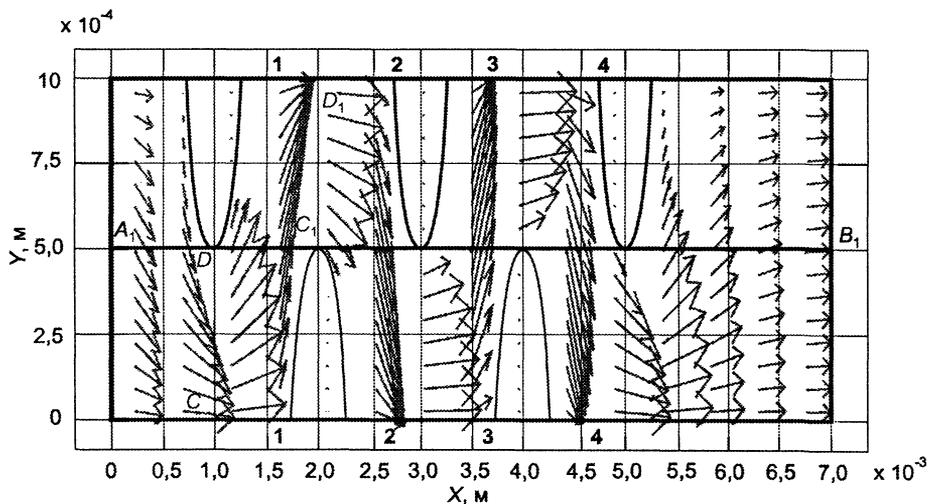


Рис. 2. Картина течений расплава между ветвями дендритов и разметка контрольных сечений  $I-4$

На рис. 3 показаны линии тока расплава в междендритном пространстве при изменении (увеличении) длины дендритных ветвей второго порядка, а на рис. 4 – распределение скорости потока  $U_x(Y)$  в контрольных сечениях  $CD$  и  $C_1D_1$ . Из рис. 4 видно, что скорость течения расплава возрастает от нуля в точках «прилипания» к поверхности ветки дендрита до значения  $U_x \cong 0,26$  мм/с, что подтверждает ускорение потока расплава на участках сужения каналов в междендритном пространстве.

**Конвективная диффузия примеси в дендритной сетке затвердевающих слитков.** Разделительная диффузия растворимых примесей приводит к тому, что на поверхности растущих в расплаве кристаллитов устанавливается концентрация примеси  $C_s$ , меньшая исходной концентрации  $C_0$ , а слой расплава, прилегающий к фронту кристаллизации, обогащается растворимой примесью.

В простейшем случае отсутствия диффузии в твердой фазе соотношение между концентрацией примеси на поверхности кристаллитов и объемной долей твердой фазы выражается уравнением Шейла [12]:

$$C_s = k_0 C_0 (1 - \psi)^{k_0 - 1}, \quad (1)$$

где  $C_0$  – исходная концентрация примеси в расплаве;  $k_0$  – равновесный (истинный) коэффициент распределения, определяющий отношение растворимостей примеси в твердой и жидкой фазах. Для расчета отношения концентраций в твердой и жидкой фазах при перемещении фронта кристаллизации с некоторой постоянной скоростью  $v_k$  в работе [13] предложено использовать «эффективный коэффициент распределения»:

$$k_{эфф} = \frac{C_s}{C_L} = \frac{k_0}{k_0 + (1 - k_0) \exp(-\frac{v_k \delta}{D})}, \quad (2)$$

где  $\delta$  – толщина диффузионного пограничного слоя у фронта кристаллизации;  $D$  – коэффициент диффузии примеси в жидкой фазе.

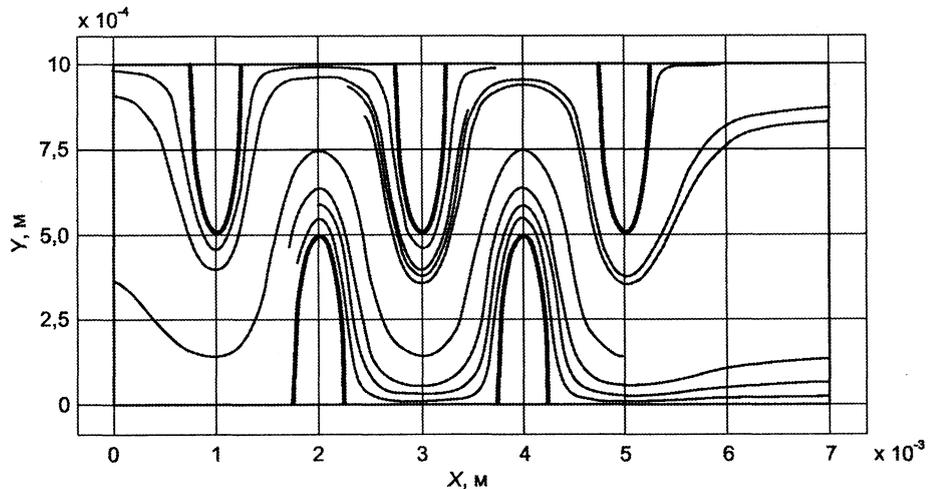


Рис. 3. Линии тока расплава между ветвями дендритов при задании  $U_0=0,1$  мм/с,  $\rho=7000$  кг/м<sup>3</sup>,  $\mu=0,0062$  Па·с

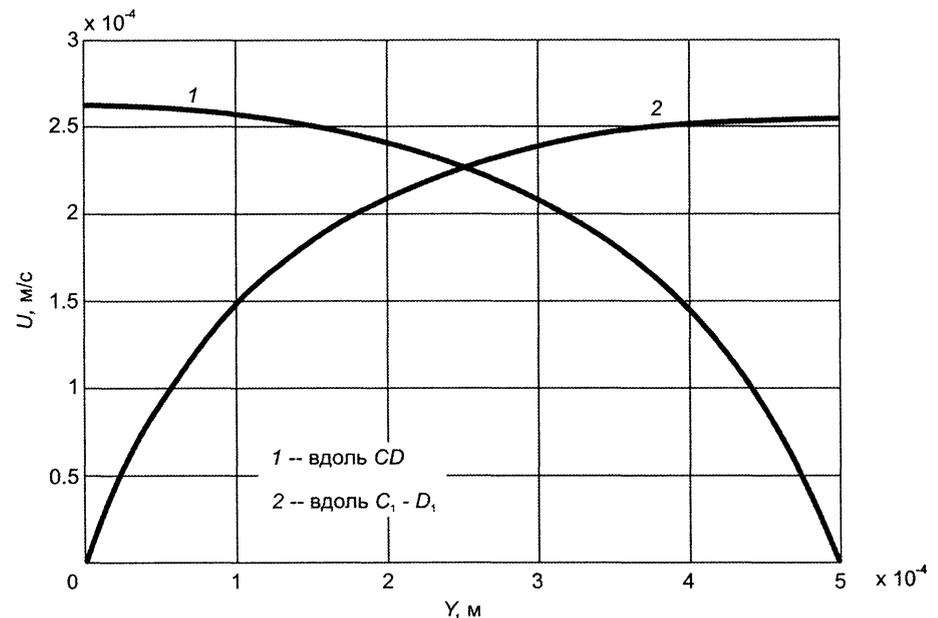


Рис. 4. Распределение скорости течения  $U_x(Y)$  вдоль линий  $CD$  (1) и  $C_1-D_1$  (2) согласно рис. 2

В современной теории кристаллизации слитков широко используется понятие о двухфазной зоне, представляющей собой переплетение дендритных кристаллитов с жидкой фазой. Вместе с тем признается важная роль движения расплава в незатвердевшей части слитка и, в частности, в пределах двухфазной зоны на распределение примесей по сечению слитка.

Авторы работ [14–16] при описании взаимодействия двухфазной зоны слитка с его жидкой сердцевиной использовали представление о диффузионном пограничном слое, который размещали на границе двухфазной зоны с жидким ядром слитка, проходящей по вершинам дендритных кристаллитов, образующих двухфазную зону.

В настоящей работе концепция диффузионного пограничного слоя используется при анализе взаимодействия потока расплава с поверхностью дендритных кристаллитов.

Процесс распространения растворимой примеси в двухфазной зоне затвердевающего слитка описывается связанной системой дифференциальных уравнений (для элемента  $ABCD$ , рис. 1):

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla(CU) = \nabla \times (D\nabla C), \quad (3)$$

$$\rho \frac{\partial U}{\partial t} - \mu \nabla^2 U + \nabla p = F, \quad (4)$$

где  $C$  – концентрация примеси;  $D$  – коэффициент диффузии в расплаве.

Предположим, что процесс переноса вещества с поверхности дендритных ветвей к движущемуся расплаву осуществляется следующим образом:

- в пограничном слое протекает процесс разделительной диффузии примеси, в результате чего концентрация примеси на поверхности твердой фазы составит  $C_s < C_0$ , а в пограничном слое  $C_m > C_0$ ;

- вовлечение избыточного количества примеси из пограничного слоя в основной поток расплава протекает по конвекционному механизму и характеризуется коэффициентом массопереноса  $\beta$ , зависящим от скорости потока и физических свойств расплава [17].

Граничное условие на границе потока расплава с поверхностью дендритных ветвей:

$$-D \frac{\partial C}{\partial n} = \beta(C_m - C), \quad (5)$$

где  $D=D_L$  – коэффициент диффузии примеси в жидкой фазе.

Вдоль линии  $AB$  расчетного элемента  $ABCD$ :  
 $C=C_0$  при  $X=0$ . (6)

Начальные условия:

$$C=C_0 \text{ при } t=t_{\text{нач}}. \quad (7)$$

Интенсивность вовлечения примеси с поверхности дендритных кристаллитов в поток расплава учитывается коэффициентом массопереноса  $\beta$ , который вычисляется через число Шервуда  $Sh$  [17, с. 494]:

$$Sh = 0,33 Re^{0,5} Sc^{0,33}, \quad (8)$$

где  $Sh = \frac{\beta L}{D}$ ;  $Re = \frac{\rho w L}{\mu}$ ;

$Sc = \frac{\mu}{\rho D}$  – числа Шервуда,

Рейнольдса и Шмидта.

Принимая для аустенитной стали значения физических параметров  $\rho=7000$  кг/м<sup>3</sup>,  $\mu=0,0062$  Па·с,  $D=10^{-8}$  м<sup>2</sup>/с, запишем

$$Sh \approx 1,47 Re^{0,5};$$

$$\beta = 0,494 \cdot 10^{-3} w^{0,5} \text{ (м/с)}.$$

Численное интегрирование уравнений (3), (4) осуществлено методом конечных элементов.

Некоторые результаты численного решения уравнения конвективной диффузии (3) с учетом крайних условий (5)–(7) представлены на рис. 5, 6. При этом следует отметить, что нестационарный характер решения задачи проявляется в наличии начальной стадии «разгона», длительность которой для выбранных размеров расчетного элемента и физических свойств расплава составляет 10–12 с, после чего концентрации примеси во всех точках расчетного элемента достигают некоторых стационарных значений.

В качестве исходных данных приняли начальное распределение углерода и серы  $C_0(\text{Fe})=0,57\%$  и  $C_0(\text{S})=0,035\%$ , массу стального слитка – 50 кг, диаметр – 240 мм [18]. Результаты расчетного анализа показывают, что концентрации железа и серы в движущемся расплаве постепенно нарастают по мере его продвижения в междендритном пространстве. Для количественной оценки степени указанного нарастания расчетные концентрации элементов фиксировали в сечениях 1–4 (см. рис. 2). Расчетными данными установлено, что от сечения к сечению наблюдается накопление углерода в потоке расплава, причем максимальное поглощение элемента происходит на первом этапе (между сечениями 1 и 2), а на следующих участках (от 2 до 3 и от 3 до 4) приращения концентрации углерода постепенно снижаются. Распределение примеси по высоте контрольных сечений в определенной мере отражает картину обтекания вторичных ветвей потоком расплава. При этом отметим, что зоны сечений, для которых наблюдаются повышенная концентрация углерода, открыты для потока расплава, поступающего из предыдущей секции расчетного элемента, с максимальным количеством примеси, накопленной за счет массо-

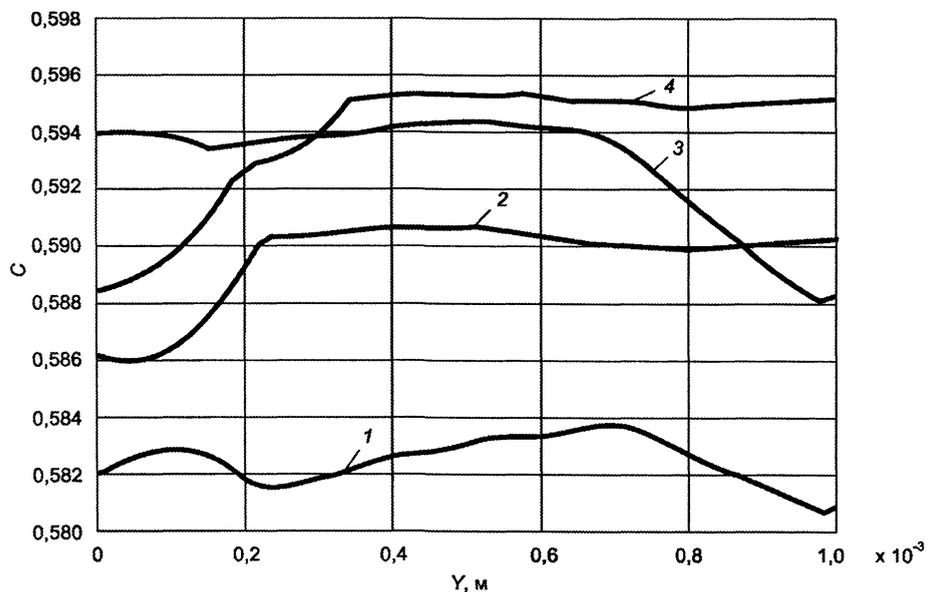


Рис. 5. Распределение углерода вдоль вертикальных сечений 1–4 при задании  $C_0=0,57$ ;  $C_m=1,0\%$ ;  $U_0=0,1$  мм/с

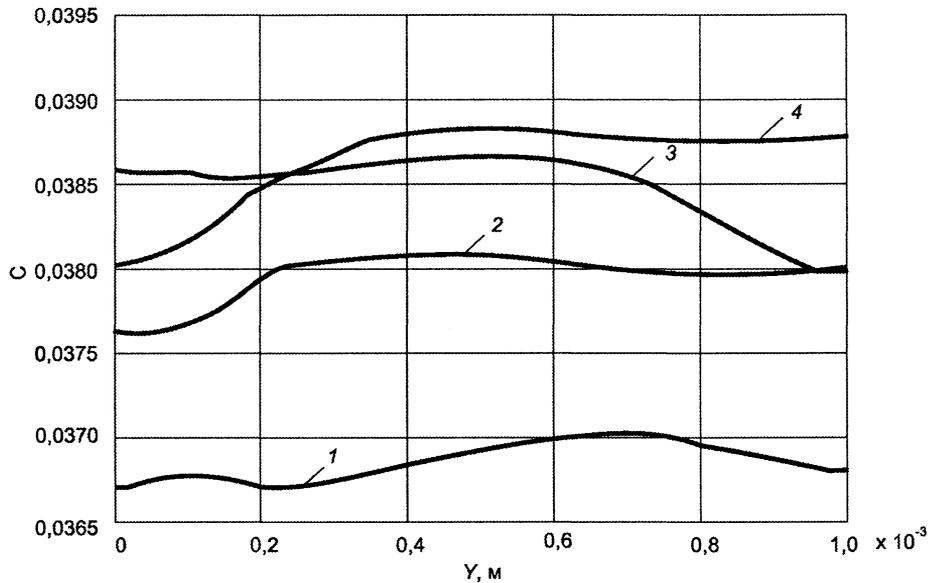


Рис. 6. Распределение серы вдоль вертикальных сечений 1–4 при задании  $C_0=0,035$ ;  $C_m=0,1\%$ ;  $U_0=0,1$  мм/с

переноса с ветки дендрита, расположенной в этой секции.

Аналогичные особенности распределения по высоте контрольных сечений характерны для серы.

Средний прирост концентраций углерода и серы при движении расплава в расчетном элементе дендритной сетки составил 0,01 и 0,001% соответственно. По изложенной методике проведена серия расчетов, в ходе которых варьировали скорость течения расплава (в пределах 0,1–1,0 мм/с), начальную концентрацию углерода и серы, длину вторичных ветвей дендритного кристаллита, а также протяженность расчетного элемента. Результаты расчетов позволяют сделать заключение о том, что прирост концентрации углерода в потоке расплава может достигать 0,06–0,08% при средней скорости потока 0,1 мм/с и длине трассы следования потока, равной 4–5 см. В результате концентрация примеси в потоке достигает 0,63–0,65% при исходной концентрации, равной 0,57%. Для сравнения отметим, что в осевой зоне опытных стальных слитков работы [18] зафиксирована концентрация углерода, равная 0,8–0,9%. Таким образом, доля прироста количества примеси, обусловленная переносом в потоке расплава для данного случая, не превышает 20–25%, т.е. «трансляционная» составляющая прироста концентрации растворимых элементов в затвердевающем слитке, обусловленная вовлечением примеси в движущийся расплав, может составлять существенную долю прироста концентрации элементов в осевой зоне затвердевающих стальных слитков.

### Выводы

1. Проанализированы процессы массопереноса в дендритной сетке затвердевающих стальных слитков и заготовок, приводящие к возникновению химической неоднородности, с учетом разде-

лительной диффузии и притока в зону усадки расплава, обогащенного ликвирующими элементами.

2. Результатами расчетного анализа установлены закономерности распределения примесей в двухфазной зоне затвердевающих слитков и заготовок. При этом показано, что «трансляционная» составляющая прироста концентрации растворимых элементов может составлять существенную долю увеличения концентрации в осевой зоне.

### Литература

1. Швердтфегер К. Металлургические проблемы при непрерывном литье стали // Черные металлы (пер. с нем.). 1978. №12. С. 3–12.
2. Хуанг Л., Вердтфегер К. Возникновение макроликвации при непрерывном литье сортовых заготовок // Черные металлы (пер. с нем.). 1981. №3. С. 19–23.
3. Реллермейер Х., Яух Р., Рюттигер К., Штеффен Р. Результаты исследований процесса непрерывной разливки стали // Черные металлы (пер. с нем.). 1983. №9. С. 37–46.
4. Самойлович Ю.А., Тимошпольский В.И., Трусова И.А., Калиневич Е.В. Анализ осевой химической неоднородности непрерывнолитых стальных заготовок // Литье и металлургия. 2005. №4. С.73–80.
5. Streat N., Weinberg F. Interdendritic fluid flow in Lead – Tin Alloy. Met. Transaction. 1976. Vol. 78. P. 417–423.
6. McDonald R.J., Hunt J.D. Fluid motion through the partially solid regions of casting and its importance in understanding a type segregation. Trans. Met. Soc. AIME. 1969. Vol. 245. P. 1993–1997.
7. McDonald R.J., Hunt J.D. Convection fluid motion within the interdendritic liquid of casting. Met. Transaction. 1970. Vol. 1. P. 1787–1788.
8. Ohnaka I., Fukusako T. Solidification Analysis of steel ingots with consideration on fluid flow. Iron and Steel Institute. Japan. 1981. Vol. 21. P. 485–494.
9. Недопекин Ф.В. Математическое моделирование гидродинамики и теплопереноса в слитках. Ижевск: Издательство Удмуртского университета, 1995.
10. Недопекин Ф.В., Бородин В.С. Фильтрация расплава в двухфазной зоне затвердевающей отливки // Изв. АН СССР. Металлы. 1987. №5. С. 216–220.
11. Вейник А.И. Расчет отливки. М.: Машиностроение, 1964.
12. Scheil E. Beitrag zum Problem der Blockseigerung. Zeit. Metallkunde. 1942. Bd. 34. S. 70–75; Metallforschung, 1947. Bd. 2. H. 3. S. 69–75.
13. Burton J.A., Prim R.C., Slichter W.P. Journal of Chem. Physics. 1953. Vol. 21. P. 1987–1991.
14. Oeters F., Seidler M. Archiv f.d. Eisenhüttenwesen. 1974. Bd. 48. N 9. S. 481–486.
15. Oeters F., Zhong Z. Principles of macrosegregation caused by mixing flow in the bulk melt. Steel Research. 1985. H. 56. N 3. P. 137–146.
16. Zhong Z., Dorr H., Oeters F. Theoretical and experimental investigation on macrosegregation caused by mixing in the liquid bulk melt. Steel Research. 1985. H. 56. N 6. P. 306–312.
17. Беннет К.О., Майерс Дж.Е. Гидродинамика, теплообмен и массообмен. М.: Недра, 1996.
18. Хуанг Л., Вердтфегер К. Возникновение макроликвации при непрерывной разливке сортовых заготовок // Черные металлы (пер. с нем.). 1981. №3. С. 19–23.