



The short-cut method of calculation of plastoelastic deformations and stresses of prismatic slugs of rectangular section at heating taking into account change of physical-mechanical characteristics of the slugs material depending on temperature is worked out.

В. И. ТИМОШПОЛЬСКИЙ, НАН Беларуси, В. Е. РОТЕНБЕРГ, ВГТУ,
И. В. ФАЙН, ИТМО НАН Беларуси, М. Л. ГЕРМАН, РУП «БелТЭИ»,
С. М. КАБИШОВ, БНТУ

УДК 621.78.011:539.376

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ СТАЛЬНЫХ ПРИЗМАТИЧЕСКИХ ЗАГОТОВОК ПРИ НАГРЕВЕ. Сообщение 1. РАСЧЕТ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ

Введение. При разработке и совершенствовании теплотехнологических режимов нагрева слитков и заготовок в металлургической печи возникает необходимость решения нестационарных задач термомеханики твердого деформируемого тела. В общем случае решение такой задачи при переменных температурных нагрузениях следует искать как решение связанной динамической задачи термоупругости [1–3]. Однако при реальных скоростях нагрева стали, которые имеют место в металлургических агрегатах и при реальном эффекте связанности температуры и деформации в рассматриваемом твердом теле [4, 5], задачу можно упростить и решать ее как несвязанную квазистатическую задачу термоупругости [1–3].

Цель настоящей работы – разработать оценочный метод определения деформаций и напряжений при нагреве призматических заготовок в металлургических печах.

Расчетные уравнения. Пространственная квазистатическая несвязанная задача напряженно-деформированного состояния заготовки может быть сведена к двумерной задаче об обобщенном плоском деформированном состоянии, если характерные размеры поперечного сечения заготовки значительно меньше ее длины [2].

Решение задачи упрощается, если использовать гипотезу плоских сечений (в пределах применимости принципа Сен-Венана).

Учитывая, что поверхность заготовки свободна от напряжений и концы не закреплены, задача сводится к определению нормального напряжения $\sigma_{zz} = \sigma_{zz}(x, y)$, где оси x, y, z – декартова прямоугольная система координат: x, y – главные центральные оси поперечного сечения бруса (заготовки); z – продольная ось бруса. Остальные напряжения равны нулю [2].

Используя гипотезу плоских сечений, гипотезу Дюамеля–Неймана и закон Гука, представим нормальное напряжение в виде

$$\sigma = \sigma_{zz} = E\epsilon_e = E(\epsilon - \epsilon_p - \alpha T) = E(A_x y + A_y x + A_0 - \epsilon_p - \alpha T), \quad (1)$$

где E – модуль упругости первого рода; ϵ_e, ϵ_p – соответственно упругая и пластическая составляющие полной деформации; α – линейный коэффициент температурного расширения; T – изменение температуры; A_x, A_y – кривизны проекций изогнутой оси бруса на координатные плоскости; A_0 – перемещение центра тяжести поперечного сечения.

Если $\alpha = \alpha(T)$, то $\alpha T = \int_{T_0}^T \alpha(T) dT$, где T_0 – начальная температура.

Выражая внутренние силовые факторы бруса через напряжения, используя уравнения равновесия для заготовки и подставляя в них выражение (1), получаем систему трех уравнений:

$$\left. \begin{aligned} A_0 \int Ed\Omega + A_x \int Eyd\Omega + A_y \int Exd\Omega &= \int E\alpha Td\Omega + \int E\varepsilon_p d\Omega, \\ A_0 \int Eyd\Omega + A_x \int Ey^2 d\Omega + A_y \int Exyd\Omega &= \int E\alpha Tyd\Omega + \int E\varepsilon_p yd\Omega, \\ A_0 \int Exd\Omega + A_x \int Exyd\Omega + A_y \int Ex^2 d\Omega &= \int E\alpha Txd\Omega + \int E\varepsilon_p xd\Omega, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где Ω – площадь поперечного сечения заготовки.

Интегралы берутся по всей площади поперечного сечения бруса. Решение этих уравнений дают A_0 , A_x и A_y как функции αT , модуля упругости E и пластической деформации.

При принятых предположениях и гипотезах главные оси тензора деформаций и тензора напряжений не меняют положения во времени, т.е. нагружение элемента материала заготовки является простым. Поэтому целесообразно для расчета воспользоваться деформационной теорией пластичности [6–8].

В случае изменения температуры функциональная зависимость напряжение–деформация для изотермической задачи переходит в функциональную зависимость напряжение–деформация–температура [8].

В зависимости от изменения температурного поля изменяются условия активного или нейтрального деформирования, разгрузки или обратного течения с эффектом Баушингера [7, 8]. К нелинейности уравнений (2), вызываемой зависимостью напряжений от деформаций в упругопластической области, добавляется нелинейность от влияния температуры на физико-механические характеристики материала [8, 9].

Для решения полученной замкнутой системы нелинейных уравнений (2) был выбран итеративный градиентный метод наискорейшего спуска [10].

Для апробации модели использовали численное решение упругопластической задачи Паркеса [11]. В этой модели механические и тепловые коэффициенты не зависят от температуры, модуль упрочнения $E_k = 0$ (отсутствие упрочнения), тепловая нагрузка на боковую поверхность стержня прямоугольного сечения шириной $2L$ симметрична и зависит от одной координаты x , начало отсчета которой находится на продольной оси стержня.

Предложенная Паркесом методика определения термоупругопластических деформаций и напряжений базируется на совершенно ином вычислительном алгоритме, чем предложенный в настоящей работе, поэтому совпадение результатов позволяет утверждать, что приведенная в настоящей работе расчетно-теоретическая модель полностью адекватна.

Анализ результатов. В качестве примера рассмотрим расчет нагрева прямоугольной заготовки с поперечным сечением 300x400 мм из низкоуглеродистой стали. Химический состав стали, %: С – 0,05, Mn – 0,14, Si – 0,17, S – 0,02, P – 0,015, Cr – 0,06, Ni – 0,07.

Зависимость механических свойств от температуры приведена в таблице [9]. Последняя строка в таблице добавлена для экстраполяции данных при температуре выше 800 °С. Из таблицы видно, что с ростом температуры модуль упругости и предел текучести уменьшаются, причем снижение предела текучести проходит быстрее начиная с температур 500 °С и выше. Отношение предела пропорциональности к модулю упругости составляет предел текучести по деформации ε_T , зависимость которого от температуры играет определяющую роль в характере упругопластичного поведения тела при нагреве. Эта зависимость носит немонотонный характер: при температуре 300 °С имеется локальный максимум предела текучести по деформации, затем вплоть до температуры 800 °С предел текучести уменьшается. Поведение этой величины выше 800 °С фактически не определено из-за отсутствия достоверных данных.

Зависимость механических и тепловых свойств стали от температуры

$T, ^\circ\text{C}$	$\sigma_{0,2}, \text{кг/см}^2$	$E_k, 10^{-3}, \text{кг/см}^2$	$E, 10^{-3}, \text{кг/см}^2$	$\alpha, 10^6, 1/^\circ\text{C}$	$\lambda, \frac{\text{ккал}}{\text{м} \cdot \text{ч} \cdot ^\circ\text{C}}$	$c_p, \frac{\text{ккал}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$
20	2810	4	1920	12,3	67,5	0,108
100	2380	12	1870	12,7	58,2	0,111
200	2445	40	1770	13,4	52,5	0,115
300	2245	50	1630	14,6	48,5	0,120
400	1860	50	1505	15,4	43,5	0,125
500	1490	30	1380	15,6	39,8	0,132
600	1010	12	1230	15,6	37,6	0,138
700	570	8	1030	15,5	36,0	0,146
800	359	4	830	14,6	35,3	0,153
1300	1	1	1	14,0	35,0	0,160

Симметричный квазистационарный нагрев заготовки прямоугольного сечения. Для удобства вычислений перенесем начало координат в левый нижний угол сечения поперечного сечения заготовки, оставив оси x и y параллельными естественным осям координат.

Нагрев осуществляется в квазистационарном режиме, т.е. темп нагрева одинаков для всех точек поперечного сечения заготовки:

$$\frac{\partial(\rho c T)}{\partial t} = \frac{di}{dt} = \text{const}, \quad (3)$$

где $i = \rho c T$ – удельная энтальпия в точке.

Условие квазистационарности (3) естественно неприменимо в начальной стадии нагрева. Однако если в начальной стадии нагрев не сопровождается пластическими деформациями, то этот этап не будет играть никакой роли для дальнейшей оценки упругопластичного поведения материала, так как упругий режим обратим и в этом случае путь достижения квазистационарного режима не является важным. Поскольку предел текучести при низких температурах относительно высок, условие термоупругости для нестационарного этапа нагрева представляется естественным.

Для постоянной плотности теплового потока решение уравнения упрощается к виду

$$\frac{dT}{dt} = \frac{qL}{\rho_c c_c S}, \quad (4)$$

где L – периметр границы; ρ_c, c_c – средние по сечению плотность и теплоемкость.

Внутри области выполняется уравнение теплопроводности.

В дальнейшем будем полагать, что коэффициент теплопроводности не меняется по сечению бруса. Это не слишком жесткое ограничение модели, поскольку температура в пределах сечения меняется на величину порядка 100 °С, и, согласно данным таблицы, коэффициент теплопроводности будет меняться в пределах 5–10%. В этом случае температура является квадратичной функцией обеих координат и для бруса прямоугольного сечения размером $L_x \times L_y$ и постоянных потоках на границе сечения вдоль осей x и y – $q_x = q_y = q$ допускает простое решение:

$$T = \Delta T \left[\left(\frac{2x}{L_x} - 1 \right)^2 + \frac{L_y}{L_x} \left(\frac{2y}{L_y} - 1 \right)^2 \right] + T_0(t), \quad (5)$$

где $\Delta T = \frac{1}{4} \frac{qL_x}{\lambda}$ – максимальная разность температур по оси x .

В дальнейшем использован прием фиксирования величины ΔT вместо величины теплового потока:

$$q = \frac{4\lambda\Delta T}{L_x}.$$

Для выполнения расчетов было выбрано $\Delta T = 100$ °С и отношение размеров $L_y/L_x = 0,75$. Результаты расчетов напряжений и деформаций показаны на рис. 1. Из рисунка видно, что область пластической деформации возникает в углах заготовки и при повышении температуры распространяется внутрь области. Однако затем происходит разгрузка и область пластического сжатия постепенно исчезает. С другой стороны, при высоких температурах в центре сечения возникает область пластической деформации растяжения, хотя, как указывалось ранее, термомеханические свойства при высоких температурах менее изучены.

Несимметричный квазистационарный нагрев заготовок прямоугольного сечения. В качестве второго примера рассмотрим нагрев аналогичной заготовки прямоугольного сечения одинаковыми потоками тепла с трех сторон. Нижняя поверхность заготовки изолирована. Можно показать, что уравнение (5) в этом случае преобразуется к виду

$$T = \Delta T \left[\left(\frac{2x}{L_x} - 1 \right)^2 + \frac{2L_y}{L_x} \left(\frac{y}{L_y} \right)^2 \right] + T_0(t), \quad (6)$$

где $\Delta T = \frac{1}{4} \frac{qL_x}{\lambda}$ – по-прежнему максимальная разность температур по оси x .

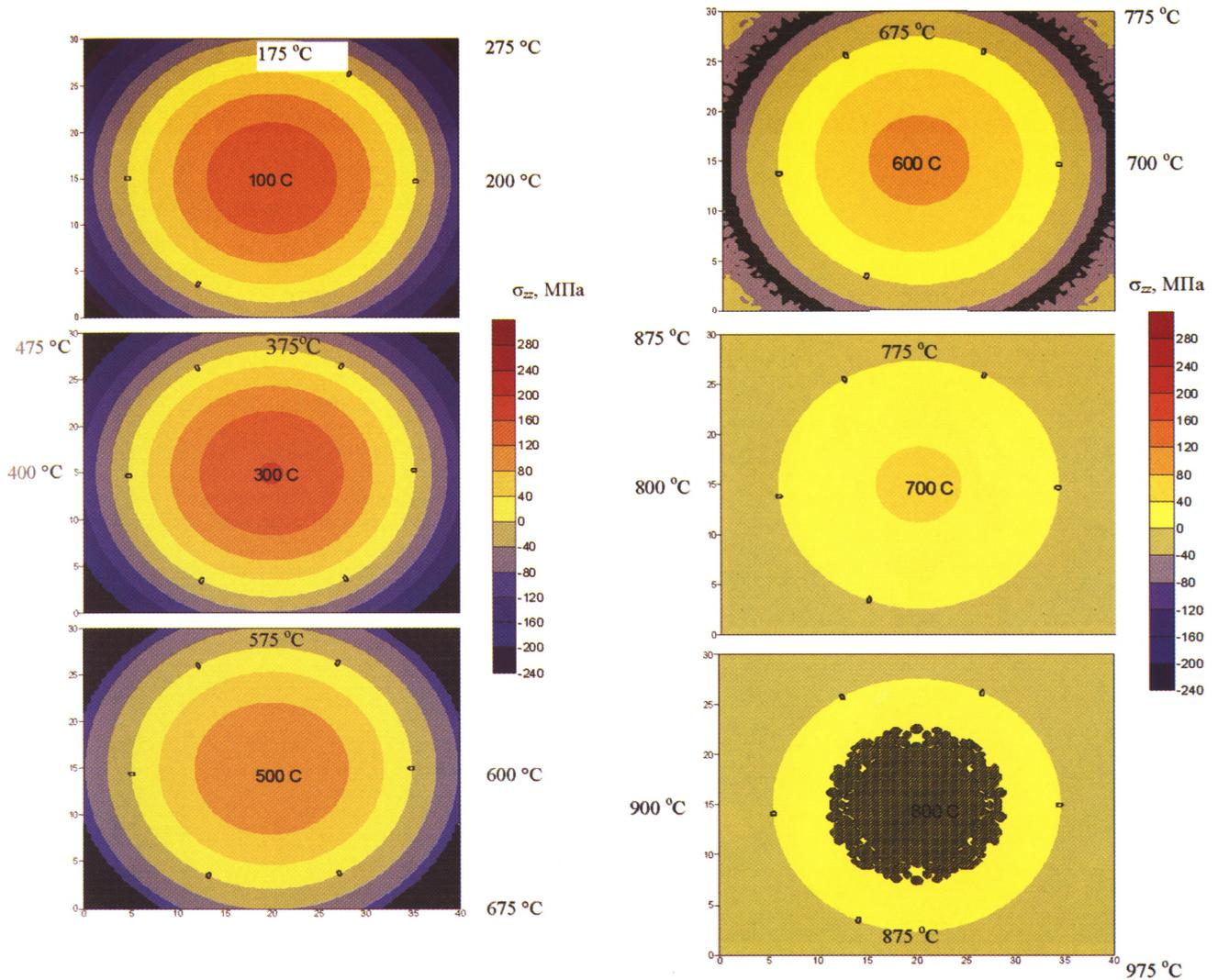


Рис. 1. Изолинии напряжений в сечении заготовки при температуре в центре 100, 300, 500 °С для симметричного нагрева. Заштрихованы области пластического течения

При несимметричном нагреве важной характеристикой является кривизна заготовки или величина прогиба, которая зависит также и от длины заготовки. Для нахождения кривизны можно воспользоваться рассчитанными параметрами полной деформации (см. формулу (2)). Поскольку вдоль оси x нагрев симметричный, то и коэффициент A_y будет равен нулю. Тогда несимметричность деформации и, следовательно, радиус кривизны R будет определяться единственным параметром A_x :

$$R = \frac{1}{A_x}. \quad (7)$$

Хотя выражение (7) формально не содержит размера (толщины) заготовки, фактически он содержится в коэффициенте A_x , который обратно пропорционален этому размеру. Поэтому при фиксированной разности температур ΔT радиус кривизны прямо пропорционален толщине заготовки.

Величина прогиба h находится из простых геометрических соотношений:

$$h = \frac{L_z^2}{8R} = \frac{1}{8} A_x L_z^2,$$

где L_z — длина заготовки.

На рис. 2 представлены результаты расчетов для случая несимметричного нагрева. Общий характер решения напоминает решение для симметричного нагрева, хотя в целом напряжения в этом случае оказались меньше.

Перепад температур вдоль оси y в случае симметричного нагрева составляет 75 °С, а в случае несимметричного — в 2 раза выше (150 °С). Однако в последнем случае этот перепад приводит к изгибу заготовки, что уменьшает напряжения. Напряжения возникают за счет нереализованной

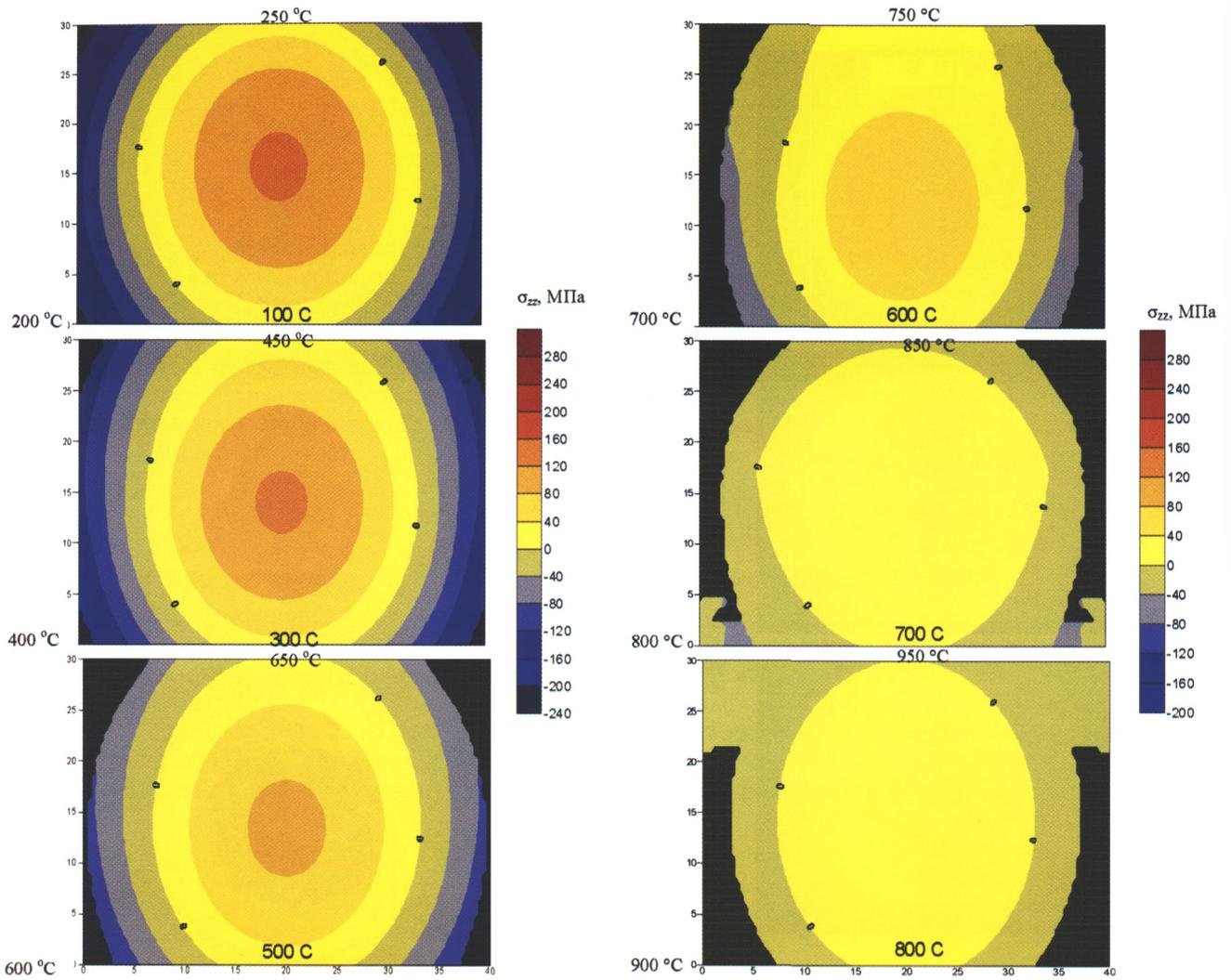


Рис. 2. Изолинии напряжений в сечении заготовки при температуре в центре 100, 300, 500 °С для несимметричного нагрева

тепловой деформации. При несимметричном нагреве возникает искривление оси заготовки, часть деформации реализуется и напряжение уменьшается.

На рис. 3 показаны зависимости радиусов кривизны и прогиба заготовки от температуры для толщины заготовки 30 и 10 см. Из рисунка видно, что для тонкой заготовки величина прогиба может быть значительной и достигать почти 40 см.

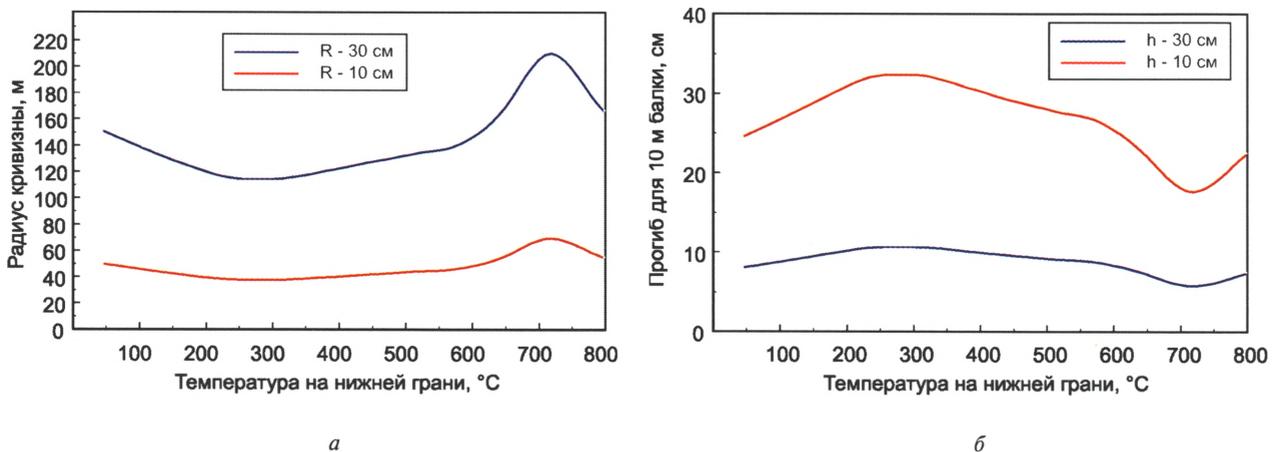


Рис. 3. Зависимость радиуса кривизны (а) и прогиба заготовки длиной 10 м (б) от температуры. Толщина заготовки 30 см (синие кривые) и 10 см (красные кривые)

Результаты расчета прогиба заготовки получены при перепаде температур между верхней и нижней гранью в 150 °С. Для других значений перепадов температур величина прогиба будет приблизительно в соответствующее число раз больше или меньше.

Выводы

Разработан упрощенный метод расчета упругопластических деформаций и напряжений в призматических заготовках прямоугольного сечения при нагреве с учетом изменения физико-механических характеристик материала заготовок от температуры.

Литература

1. Новацкий В. Теория упругости: Пер. с польск. М.: Мир, 1975.
2. Боли Б., Уэйнер Дж. Теория температурных напряжений: Пер. с англ. М.: Мир, 1964.
3. Коваленко А.Д. Основы термоупругости. Киев: Наукова думка, 1970.
4. Takeuti Y. Foundations for coupled thermoelasticity // J. of Thermal Stresses. 1979. Vol. 2. N. 34. P. 323–339.
5. Takeuti Y., Fukukawa T. Some considerations on thermalshock problems in a plate // Transactions of the ASME. J. of Applied Mechanics. 1981. Vol. 48, march. P. 113–118.
6. Ильюшин А.А. Пластичность: Ч.1. Упругопластические деформации. М.; Л.: ГИТТЛ, 1948.
7. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести: Изд. 2-е. М.: Машиностроение, 1975.
8. Термопрочность деталей машин / И.А. Биртер, Б.Ф. Шорр, И.В. Демьянушко и др. М.: Машиностроение, 1975.
9. Расчеты на прочность, устойчивость и колебания в условиях высоких температур / Н.И. Безухов, В.Л. Бажанов, Н.И. Гольденблат и др. М.: Машиностроение, 1965.
10. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. М.: ГИФМЛ, 1960.
11. Паркес. Напряжения в упругопластическом стержне при изменении температуры его поверхности // Прикладная механика. 1961. №3. С. 134–139.