



The solving of the problem of thermoelasticity at heating of cylindrical slugs in terms of radiation-convection contraflow is presented.

В. И. ТИМОШПОЛЬСКИЙ, Национальная академия наук Беларуси,
Ю. С. ПОСТОЛЬНИК, Днепродзержинский государственный технический университет,
П. Э. РАТНИКОВ, Белорусский национальный технический университет

УДК 536.24

ТЕРМОНАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЗАГОТОВКИ, НАГРЕВАЕМОЙ В РАДИАЦИОННО-КОНВЕКТИВНОМ ПРОТИВОТОКЕ

В настоящее время для нагрева заготовок в трубном и осепрокатном производствах большое распространение получили кольцевые печи с механизированным вращающимся подом, где греющая среда (дымовые газы) движется навстречу нагреваемым изделиям (осуществляется режим теоретического противотока). Поэтому решение задачи термоупругости цилиндрических заготовок, нагреваемых в противотоке, весьма актуально и представляет значительный практический интерес.

Рассмотрим неограниченный свободный цилиндр, симметрично нагреваемый со стороны внешней поверхности (рис. 1).

Такой цилиндр находится в объемном термонапряженном состоянии (рис. 2), характеризующимся радиальным (σ_r), окружным или тангенциальным (σ_θ) и осевым (σ_z) напряжениями.

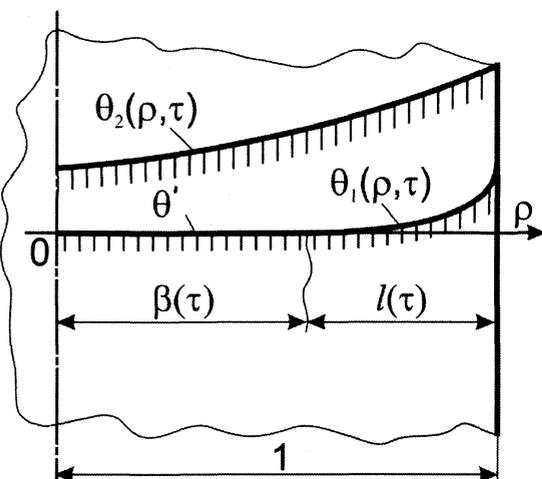


Рис. 1. Неограниченный свободный цилиндр, симметрично нагреваемый со стороны внешней поверхности

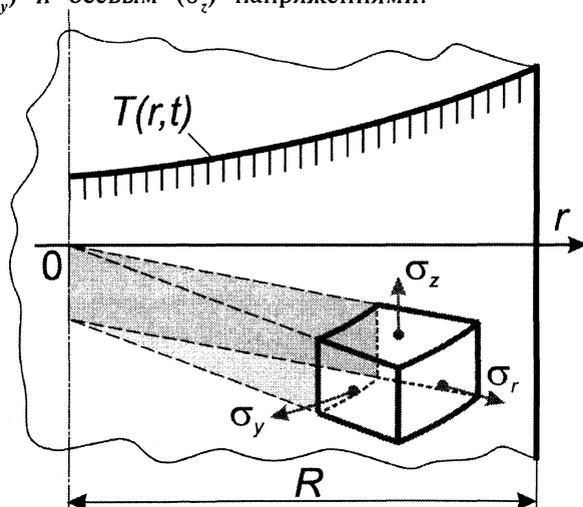


Рис. 2. Схема термонапряженного состояния цилиндрической заготовки

Из теории упругости известно, что решение соответствующей задачи термоупругости можно вести как в напряжениях (А), так и в перемещениях (Б).

А. При постановке задачи в напряжениях вначале определяют радиальные напряжения путем решения дифференциального уравнения [1]

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \sigma_r) + \frac{\alpha_r E}{1-\nu} \bar{T}(r, z) \right] = 0 \quad (1)$$

с граничными условиями

$$\sigma_r(r, t)|_{r=R} = 0; \quad \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0. \quad (2)$$

Б. При постановке задачи в перемещениях решается дифференциальное уравнение [1, 2]

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rU) \right] = \alpha_T \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\partial \bar{T}}{\partial r}. \quad (3)$$

Связь между напряжениями и деформациями осуществляется по известному обобщенному закону Гука с наложением линейного температурного расширения

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\epsilon_r + \frac{\nu}{1-\nu} (\epsilon_y + \epsilon_z) - \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_T \bar{T} \right], \\ \sigma_y &= \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\epsilon_y + \frac{\nu}{1-\nu} (\epsilon_z + \epsilon_r) - \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_T \bar{T} \right], \\ \sigma_z &= \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\epsilon_z + \frac{\nu}{1-\nu} (\epsilon_r + \epsilon_y) - \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_T \bar{T} \right], \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\epsilon_r = \frac{\partial U}{\partial r}; \quad \epsilon_y = \frac{U}{r}; \quad \epsilon_z = 0; \quad (5)$$

$U(r, t)$ – радиальное перемещение, м; E – модуль продольной упругости, МПа; α_T – коэффициент линейного температурного расширения, $1/K$; ν – коэффициент Пуассона; $\bar{T}(r, t) = T(r, t) - T_0$ – избыточная температура (превышение над начальной), $^{\circ}C$.

Учитывая (2) и (4), (5), условия однозначности для уравнения (3) имеют вид

$$\begin{aligned} U(r, t) &= 0, \\ \left[\frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\nu}{1-\nu} \frac{U}{r} - \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_T \bar{T}(r, t) \right]_{r=R} &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Оба варианта (А и Б) постановки задачи в конечном итоге приводят к следующим общим выражениям для температурных напряжений и перемещения U :

$$\begin{aligned} \sigma_r(r, t) &= \frac{\alpha_T E}{(1-\nu)R^2} \left[\int_0^R \bar{T}(r, t) r dr - \frac{R^2}{r^2} \int_0^r \bar{T}(r, t) r dr \right], \\ \sigma_y(r, t) &= \frac{\alpha_T E}{(1-\nu)R^2} \left[\int_0^R \bar{T}(r, t) r dr + \frac{R^2}{r} \int_0^r \bar{T}(r, t) r dr - R \right], \\ \sigma_z(r, t) &= \frac{\alpha_T E}{(1-\nu)R^2} \left[2 \int_0^R \bar{T}(r, t) r dr - R^2 \bar{T}(r, t) \right], \end{aligned} \quad (7)$$

$$U(r, t) = \frac{\alpha_T (1+\nu)}{(1-\nu)r} \left[(1-2\nu) \frac{r^2}{R^2} \int_0^R \bar{T}(r, t) r dr - \int_0^r \bar{T}(r, t) r dr \right]. \quad (8)$$

Как видим, во все эти решения входит избыточная температурная функция $\bar{T}(r, t) = T(r, t) - T_0$. Если соответствующая температурная задача решается в рамках модели термического слоя (МТС), то температурное поле $T(r, t)$ описывается тремя функциями

$$T(r, t) = \begin{cases} T_0, & 0 \leq r \leq B(t) \\ T_1(r, t), & B(t) \leq r \leq R \\ T_2(r, t), & 0 \leq r \leq R, \end{cases} \quad \begin{cases} 0 \leq t \leq t_0, \\ \\ t \geq t_0. \end{cases} \quad (9)$$

Подставляя эту функцию в общие решения (7) задачи термоупругости осесимметрично нагреваемого длинного свободного цилиндра, имеем на инерционном этапе $0 \leq t \leq t_0$

$$\bar{\sigma}_r^{(0)}(\tau) = \int_{\beta(\tau)}^1 \bar{\theta}_1(\rho, \tau) \rho d\rho = \bar{\sigma}_y^{(0)}(\tau) = \frac{\bar{\sigma}_z^{(0)}(\tau)}{2}, \quad 0 \leq \rho \leq \beta(\tau), \quad (10)$$

$$\bar{\sigma}_r^{(1)}(\rho, \tau) = \int_{\beta(\tau)}^1 \bar{\theta}_1(\rho, \tau) \rho d\rho - \frac{1}{\rho^2} \int_{\beta(\tau)}^{\rho} \bar{\theta}_1(\rho, \tau) \rho d\rho, \quad (11)$$

$$\bar{\sigma}_y^{(1)}(\rho, \tau) = \int_{\beta(\tau)}^1 \bar{\theta}_1(\rho, \tau) \rho d\rho + \frac{1}{\rho^2} \int_{\beta(\tau)}^{\rho} \bar{\theta}_1(\rho, \tau) \rho d\rho - \bar{\theta}_1(\rho, \tau), \quad (12)$$

$$\bar{\sigma}_z^{(1)}(\rho, \tau) = 2 \int_{\beta(\tau)}^1 \bar{\theta}_1(\rho, \tau) \rho d\rho - \theta_1(\rho, \tau), \quad \rho(\tau) \leq \rho \leq 1, \quad (13)$$

на упорядоченном этапе $\tau \geq \tau_0$

$$\bar{\sigma}_r^{(2)}(\rho, \tau) = \int_0^1 \bar{\theta}_2(\rho, \tau) \rho d\rho - \frac{1}{\rho^2} \int_0^{\rho} \bar{\theta}_2(\rho, \tau) \rho d\rho, \quad (14)$$

$$\bar{\sigma}_y^{(2)}(\rho, \tau) = \int_0^1 \bar{\theta}_2(\rho, \tau) \rho d\rho + \frac{1}{\rho^2} \int_0^{\rho} \bar{\theta}_2(\rho, \tau) \rho d\rho - \theta_2(\rho, \tau), \quad (15)$$

$$\bar{\sigma}_z^{(2)}(\rho, \tau) = 2 \int_0^1 \bar{\theta}_2(\rho, \tau) \rho d\rho - \theta_2(\rho, \tau), \quad 0 \leq \rho \leq 1, \quad (16)$$

где введены безразмерные напряжения

$$\bar{\sigma} = \sigma / K_{\sigma}; \quad K_{\sigma} = \frac{\alpha_r E}{1 - \nu} T_*; \quad (17)$$

T_* — какая-то масштабная температура ($T_c, T_0, T_c - T_0$ и др.), K .

В связи с тем что на инерционном периоде термические напряжения достигают максимальных значений (это вызвано максимальным температурным перепадом по сечению тела), температурное поле по сечению заготовки принимается согласно работе [3]:

$$\theta_1(\rho, \tau) = \theta' + \Delta\theta_1(\tau) \frac{\rho^2 - \beta^2(\tau) - 2\beta^2(\tau) \ln \frac{\rho}{\beta(\tau)}}{1 - \beta^2(\tau) + 2\beta^2(\tau) \ln \beta(\tau)}. \quad (18)$$

Структура этого уравнения отличается от соответствующего уравнения [4] лишь числовым коэффициентом (здесь 8 вместо 12 в [4, 5] при $m = 1$), что объясняется определением «эквивалентного источника» как скорости нагрева, осредненной здесь по объему, а не по радиусу [4, 5].

Для определения термонапряженного состояния цилиндрического слитка в предположении неизменности теплофизических характеристик подставим «нагрузочные» функции $\theta_1(\rho, \tau)$ (18) и $\theta_2(\rho, \tau)$ (1), (4) в общее решение (10)–(16) соответствующей задачи термоупругости:

$$\bar{\theta}_1(\rho, \tau) = \Delta\theta_1(\tau) \frac{\rho^2 - \beta^2(\tau) - 2\beta^2(\tau) \ln \frac{\rho}{\beta(\tau)}}{1 - \beta^2(\tau) + 2\beta^2(\tau) \ln \beta(\tau)}, \quad (19)$$

$$0 \leq \tau \leq \tau_0, \quad \beta(\tau) \leq \rho \leq 1,$$

$$\bar{\theta}_2(\rho, \tau) = \theta_{n2}(\tau) - \theta' - \Delta\theta_2(\tau)(1 - \rho^2), \quad (20)$$

$$\tau \geq \tau_0, \quad 0 \leq \rho \leq 1,$$

где $\Delta\theta_1(\tau)$ и $\Delta\theta_2(\tau)$ взяты из работ [6, 7].

Дальнейшие выкладки очевидны:

$$\bar{\sigma}_z^{(0)}(\tau) = 2 \int_{\beta(\tau)}^1 \bar{\theta}_1(\rho, \tau) \rho d\rho = \frac{2\Delta\theta_1(\tau)}{B_1(\tau)} \int_{\beta(\tau)}^1 [\rho^3 - \beta^2\rho - 2\beta^2\rho \ln \rho + (2\rho^2 \ln \beta)\rho] d\rho = \frac{2\Delta\theta_1(\tau)}{B_1(\tau)} \left[\frac{1-\beta^4(\tau)}{4} + \beta^2(\tau) \ln \beta(\tau) \right],$$

где

$$B_1(\tau) = 1 - \beta^2(\tau) + 2\beta^2(\tau) \ln \beta(\tau). \quad (21)$$

Таким образом,

$$\bar{\sigma}_z^{(0)}(\tau) = \frac{\Delta\theta_1(\tau)}{2} \frac{1 - \beta^4(\tau) + 4\beta^2(\tau) \ln \beta(\tau)}{1 - \beta^2(\tau) + 2\beta^2(\tau) \ln \beta(\tau)}, \quad (22)$$

$$\bar{\sigma}_r^{(0)}(\tau) = \bar{\sigma}_y^{(0)}(\tau) = \frac{\Delta\theta_1(\tau)}{4} \frac{1 - \beta^4(\tau) + 4\beta^2(\tau) \ln \beta(\tau)}{1 - \beta^2(\tau) + 2\beta^2(\tau) \ln \beta(\tau)}, \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_r^{(1)}(\rho, \tau) &= \bar{\sigma}_r^{(0)}(\tau) - \frac{\Delta\theta_1(\tau)}{B_1(\tau)\rho^2} \int_{\beta(\tau)}^{\rho} [\rho^3 - \beta^2(\tau)\rho - 2\beta^2(\tau)\rho \ln \rho + 2\beta^2\rho \ln \beta(\tau)] d\rho = \\ &= \bar{\sigma}_r^{(0)}(\tau) - \frac{\Delta\theta_1(\tau)}{B_1(\tau)\rho^2} \left\{ \frac{\rho^4 - \beta^4}{4} - \beta^2 \frac{\rho^2 - \beta^2}{2} - 2\beta^2 \left(\frac{\rho^2 \ln \rho}{2} - \frac{\rho^2}{4} \right)_{\beta} + 2\beta^2 \ln \beta \frac{\rho^2 - \beta^2}{2} \right\} = \\ &= \bar{\sigma}_r^{(0)}(\tau) - \frac{\Delta\theta_1(\tau)}{4B_1(\tau)\rho^2} \left[\rho^4 - \beta^4(\tau) - 4\beta^2\rho^2 \ln \frac{\rho}{\beta(\tau)} \right] = \frac{\Delta\theta_1(\tau)}{4} \frac{(1-\rho^2)(1+\beta^4(\tau)/\rho^2) + 4\beta^2(\tau) \ln \rho}{1 - \beta^2(\tau) + 2\beta^2(\tau) \ln \beta(\tau)}, \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_y^{(1)}(\rho, \tau) &= \bar{\sigma}_y^{(0)}(\tau) + \frac{\Delta\theta_1(\tau)}{4B_1(\tau)\rho^2} \left[\rho^4 - \beta^4(\tau) - 4\beta^2\rho^2 \ln \frac{\rho}{\beta(\tau)} \right] - \\ &- \frac{\Delta\theta_1(\tau)}{B_1(\tau)} \left[\rho^2 - \beta^2(\tau) - 4\beta^2(\tau) \ln \frac{\rho}{\beta(\tau)} \right] = \frac{\Delta\theta_1(\tau)}{4} \frac{(1+\rho^2)(1-\beta^4(\tau)/\rho^2) - 4(\rho^2 - \beta^2) + 4\beta^2(\tau) \ln \rho}{1 - \beta^2(\tau) + 2\beta^2(\tau) \ln \beta(\tau)}, \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_z^{(1)}(\rho, \tau) &= \bar{\sigma}_z^{(0)}(\tau) - \theta_1(\rho, \tau) = \bar{\sigma}_z^{(0)}(\tau) - \frac{\Delta\theta_1(\tau)}{B_1(\tau)} \left[\rho^2 - \beta^2(\tau) - 2\beta^2(\tau) \ln \frac{\rho}{\beta(\tau)} \right] = \\ &= \frac{\Delta\theta_1(\tau)}{2} \frac{1 - \beta^4 + 4\beta^2 \ln \beta(\tau) - 2\rho^2 - 2\beta^2 + 4\beta^2(\tau) \ln \frac{\rho}{\beta(\tau)}}{1 - \beta^2(\tau) + 2\beta^2(\tau) \ln \beta(\tau)} = \frac{\Delta\theta_1(\tau)}{2} \frac{(1 - \beta^4) - 2(\rho^2 - \beta^2) + 4\beta^2(\tau) \ln \rho}{1 - \beta^2(\tau) + 2\beta^2(\tau) \ln \beta(\tau)}, \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_r^{(2)}(\rho, \tau) &= \int_0^1 [\bar{\theta}_{n2}(\tau) - \Delta\theta_2(\tau)(1-\rho^2)] \rho d\rho - \frac{1}{\rho^2} \int_0^{\rho} [\bar{\theta}_{n2}(\tau) - \Delta\theta_2(\tau)(1-\rho^2)] \rho d\rho = \\ &= \frac{\bar{\theta}_{n2}(\tau)}{2} - \frac{\Delta\theta_2(\tau)}{4} - \frac{\bar{\theta}_{n2}(\tau)}{2} + \frac{\Delta\theta_2(\tau)}{4} (2 - \rho^2) = \frac{\Delta\theta_2(\tau)}{4} (1 - \rho^2), \end{aligned} \quad (27)$$

$$\bar{\sigma}_y^{(2)}(\rho, \tau) = \frac{\bar{\theta}_{n2}(\tau)}{2} - \frac{\Delta\theta_2(\tau)}{4} + \frac{\bar{\theta}_{n2}(\tau)}{2} - \frac{\Delta\theta_2(\tau)}{4} (2 - \rho^2) - \bar{\theta}_{n2}(\tau) + \Delta\theta_2(\tau)(1 - \rho^2) = \frac{\Delta\theta_2(\tau)}{4} (1 - 3\rho^2), \quad (28)$$

$$\bar{\sigma}_z^{(2)}(\rho, \tau) = 2 \left(\frac{\bar{\theta}_{n2}(\tau)}{2} - \frac{\Delta\theta_2(\tau)}{4} \right) - \bar{\theta}_{n2}(\tau) + \Delta\theta_2(\tau)(1 - \rho^2) = \frac{\Delta\theta_2(\tau)}{2} (1 - 2\rho^2). \quad (29)$$

Обращаем внимание на то, что полученные формулы (27)–(29) внешне аналогичны формулам [8], соответствующим прямоточному радиационно-конвективному нагреву. Отличие состоит лишь в температурном перепаде $\Delta\theta(\tau)$:

$$\Delta T(\tau) = \frac{\sigma_b R}{2\lambda} \left\{ [T_r^4(\tau) - T_n^4(\tau)] + \frac{\alpha_k}{\sigma_b} [T_r(\tau) - T_n(\tau)] \right\}, \quad (30)$$

его величине и законе изменения во времени.

При прямотоке принимается $T_r = \text{const} = T'_r$, а в противотоке температура газа переменна, постепенно увеличиваясь от минимальной (T_r) до максимальной (T'_r). Естественно, что во втором случае перепад будет существенно меньшим, а это значит, что и напряжения будут меньшими, чем при прямотоке. В этом же и заключается одно из основных преимуществ противоточного нагрева с точки зрения повышения качества.

Выводы

В статье представлено решение задачи термоупругости при нагреве цилиндрических заготовок в условиях радиационно-конвективного противотока. Представленная методика может быть использована для термомеханических расчетов при нагреве цилиндрических заготовок в кольцевых печах с механизированным вращающимся подом.

Литература

1. Коваленко А.Д. Основы термоупругости. Киев: Наукова думка, 1970.
2. Новацкий В. Вопросы термоупругости. М.: Изд-во АН СССР, 1962.
3. Тимошпольский В.И., Постольник Ю.С., Андрианов Д.Н. Теоретические основы теплофизики и термомеханики. Мн.: Белорусская наука, 2005.
4. Математическая модель нагрева массивных тел в теоретическом противотоке / Ю.С.Постольник, В.И.Тимошпольский, А.П.Огурцов, И.А.Трусова // Мат. моделювання. 2000. № 2 (5). С. 87–91.
5. Математическая модель нагрева массивных тел в условиях противотока / Ю.С.Постольник, А.П.Огурцов, В.И.Тимошпольский, И.А.Трусова // Мат. моделювання. 2000. № 2 (5). С. 87–89.
6. Постольник Ю.С. К расчету температур и времени нагрева массивных тел при противоточном теплообмене // Изв. вузов. Черная металлургия. 1990. № 6. С. 84–86.
7. Постольник Ю.С., Огурцов А.П. Сопоставительный анализ двух математических моделей теплообмена массивных тел в противотоке // Мат. моделювання. 2000. № 1 (4). С. 29–30.
8. Гольдфарб Э.М. Теплотехника металлургических процессов. М.: Металлургия, 1967.

КСПРЕСС-
ИНФОРМАЦИЯ

РЕСПУБЛИКАНСКАЯ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БИБЛИОТЕКА
— один из крупнейших информационных центров Беларуси
предлагает ознакомиться с новыми патентами по литью.

ОПИСАНИЕ ИЗОБРЕТЕНИЯ К ПАТЕНТУ 5870 РБ, МПК7 С 22С 37/08. ЧУГУН

Патентообладатель: Институт технологии металлов НАН Беларуси.

Чугун, содержащий углерод, кремний, марганец, медь, алюминий, кальций, азот, фосфор и железо, отличающийся тем, что дополнительно содержит хром, никель и серу при следующем соотношении компонентов, мас. %: углерод 3,58–3,86; кремний 1,8–2,95; марганец 0,50–0,65; медь 0,09–0,15; алюминий 0,01–0,07; кальций 0,002–0,007; азот 0,002–0,006; фосфор 0,11–0,19; хром 0,08–1,13; никель 0,04–0,18; сера 0,01–0,08; железо — остальное.

Изобретение относится к металлургии, в частности к разработке составов высокопрочных чугунов со стабильными технологическими свойствами.

ОПИСАНИЕ ИЗОБРЕТЕНИЯ К ПАТЕНТУ 5979 РБ, МПК7 С 21В 13/14. УСТАНОВКА И СПОСОБ ПОЛУЧЕНИЯ ЧУШКОВОГО ЧУГУНА И/ИЛИ ГУБЧАТОГО ЖЕЛЕЗА

Патентообладатель: ФОЕСТ-АЛЬПИНЕ ИНДУСТРИАНЛАГЕНБАУ ГМБХ (АТ)

Изобретение относится к установкам и способам для получения чушкового чугуна и/или губчатого железа. Задачей данного изобретения является усовершенствование установки описанного типа таким образом, чтобы производимый продукт, т.е. чушковый чугун и/или губчатое железо, соответствовал высокому стандарту качества при минимальном потреблении энергии, в частности, обеспечивал высокую степень металлизации и чистоты так, чтобы дальнейшая переработка осуществлялась без каких-либо проблем.

Объект изобретения — установка для получения чушкового чугуна и/или губчатого железа включает в себя как минимум один реактор с псевдоожиженным слоем, снабженный средством загрузки мелкозернистой железной руды, питающий трубопровод восстановительного газа, входящий в упомянутый реактор с псевдоожиженным слоем и снабженный устройством нагрева, отводной трубопровод отработанного газа, выходящий из реактора с псевдоожиженным слоем и снабженный устройством очистки, таким, как скруббер, питающий трубопровод свежего восстановительного газа, входящий в питающий трубопровод восстановительного газа, и разгрузочное устройство, в частности брикетирующее устройство, предназначенное для продукта восстановления, образующегося в реакторе с псевдоожиженным слоем.

ОПИСАНИЕ ИЗОБРЕТЕНИЯ К ПАТЕНТУ 6034 РБ, МПК7 С 22С 38/50. ЛИТАЯ ШТАМПОВАЯ СТАЛЬ

Патентообладатель: Белорусский национальный технический университет.

Литая штамповая сталь, содержащая углерод, кремний, марганец, хром, молибден, ванадий, никель, титан, кальций и железо, отличающаяся тем, что она дополнительно содержит азот и церий при следующем соотношении компонентов, мас. %: углерод 0,40–0,50; кремний 0,15–0,40; марганец 0,50–0,80; хром 1,50–2,00; молибден 0,60–1,00; ванадий 0,20–0,40; никель 1,50–2,00; титан 0,05–0,15; кальций 0,03–0,10; азот 0,01–0,07; церий 0,02–0,15; железо — остальное.

Изобретение относится к области металлургии, в частности к инструментальным сталям, используемым для изготовления литых штампов горячего деформирования.

Документы не продаются!

Ознакомиться с рефератами и описаниями отечественных и зарубежных заявок и патентов можно по адресу: г. Минск, проспект Машерова, 7, РНТБ, читальный зал патентных документов (503 к.). Тел.: 226 – 65 – 05.