



*On the basis of equations of Navje-Stocks the mathematical model for calculation of trajectory of the moving in gating system non-metallic particle, which takes into account the three-dimensional character of speed field and Archimed's power. The proportion of particles, passing through the gating system in casting, is calculated by the example of different variants of gating systems by the mathematical model.*

Ф. С. ЛУКАШЕВИЧ, С. Г. ЛИХОУЗОВ, О. И. ЧИЧКО, БНТУ

УДК 519:669.27

## КОМПЬЮТЕРНЫЕ РАСЧЕТЫ ДИНАМИКИ УЛАВЛИВАНИЯ ШЛАКА В ЛИТНИКОВОЙ СИСТЕМЕ НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ–СТОКСА

Одной из важнейших задач, возникающих при разработке литейной технологии, является проектирование литниковой системы, обеспечивающей улавливание неметаллических и шлаковых включений и исключение попадания их в форму. Известно, что движение шлаковых частиц происходит при изменении гидродинамических и тепловых процессов, протекающих в литниковой системе и форме. Поэтому при расчете траекторий движения частиц необходимы как минимум гидродинамические расчеты полей скоростей. В настоящее время математические расчеты движения частиц в литниковой системе практически в литературе отсутствуют и для оценки движения частиц используют полуэмпирические формулы, игнорирующие распределение скоростей в литниковой системе и основывающиеся только на учете силы Архимеда [1]. Традиционно при расчете литниковых систем для отливок используются эмпирические формулы, справедливые для частных условий, в которых они получены. Конечным результатом расчета литниковой системы по этим формулам является площадь сечения питателей. При этом невыясненными остаются вопросы выбора числа питателей, расположения их по длине шлакоуловителя, соотношения площадей сечения отдельных питателей и шлакоуловителя, несмотря на то что эти особенности конструкции литниковой системы оказывают решающее влияние на процесс улавливания шлака. Использование современных компьютерных методов численного моделирования открывает новые возможности в проектировании литниково-питающих систем.

Цель настоящей работы – расчет динамики шлакоулавливания при изменении параметров литниковой системы заданной отливки на основе численного моделирования движения шлаковой частицы в поле скоростей расплава.

В основу расчета движения шлаковых частиц положена идея о том, что скорость частицы является суперпозицией скорости потока, описываемой уравнением Навье–Стокса расплава, и скорости частицы, возникающей в результате действия силы тяжести и архимедовой силы в условиях стабилизации движущегося потока. В первом приближении движение частицы может быть описано уравнениями

$$\begin{cases} \vec{v}_c = \vec{v}_1 + \vec{v}_2, \\ m_c \frac{d\vec{v}_2}{dt} = \vec{F}_A + m_c \vec{g}, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\vec{v}_c$  – скорость частицы;  $\vec{v}_1$  – компонента скорости, связанная с потоком расплава;  $\vec{v}_2$  – компонента скорости, связанная с силой Архимеда и силой тяжести;  $m_c$  – масса частицы;  $\vec{F}_A$  – сила Архимеда.

Для определения скорости  $\vec{v}_1$  ( $v_1^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$ ) использовали систему уравнений Навье–Стокса для движущейся жидкости и уравнения Фурье–Кирхгофа для описания охлаждения движущегося потока.

В основу математических моделей для расчета поля скорости положены дифференциальные уравнения Навье–Стокса, дополненные уравнением неразрывности для потока и функцией, связывающей давление и плотность. На этих моделях основывается компьютерная система «ПроЛит-1» [2]

(разработка БНТУ), модули которой использовали для расчета скоростных и температурных полей моделируемого объекта. Ниже представлены основные уравнения математических моделей:

$$\begin{cases} \frac{\partial V_x}{\partial \tau} + V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_x}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_l} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\eta}{\rho_l} \left( \frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial V_y}{\partial \tau} + V_x \frac{\partial V_y}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_y}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_y}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_l} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\eta}{\rho_l} \left( \frac{\partial^2 V_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial V_z}{\partial \tau} + V_x \frac{\partial V_z}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_z}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_l} \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\eta}{\rho_l} \left( \frac{\partial^2 V_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} \right) \end{cases} \quad (2)$$

и уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial \rho_l}{\partial \tau} + \left( \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) \rho_l = 0, \quad (3)$$

где  $\tau$  – время;  $x, y, z$  – декартовы координаты (ось  $Y$  направлена вертикально вверх);  $V_x, V_y, V_z$  – соответственно проекции скорости жидкости на координатные оси  $X, Y, Z$ ;  $P$  – давление жидкости;  $\rho_l$  – плотность жидкости;  $\eta$  – динамическая вязкость жидкости.

Для описания связи между плотностью и давлением использовали полуэмпирическую зависимость:

$$P = \begin{cases} k \frac{\rho_l - \rho_{\text{lic0}}}{\rho_{\text{lic0}}} & \text{при } \rho_l > \rho_{\text{lic0}}, \\ 0 & \text{при } \rho_l \leq \rho_{\text{lic0}}. \end{cases} \quad (4)$$

где  $\rho_l$  – плотность жидкости;  $\rho_{\text{lic0}}$  – нормальная плотность расплавленного металла при данной температуре;  $k=10000$  Па – модуль объемного сжатия.

В модели использовали следующие начальные и граничные условия для скоростей и температур:  $v_x(x, y, z, 0) = 0, v_y(x, y, z, 0) = 0, v_z(x, y, z, 0) = 0, v(x, y, z, 0) = 0, T_p(x, y, z, 0) = 700^\circ\text{C}, T_\phi(x, y, z, 0) = 20^\circ\text{C}$ , где  $T_p$  и  $T_\phi$  – соответственно температуры расплава и формы.

Используя метод конечных разностей по уравнениям (2)–(3), была разработана программа для моделирования траектории неметаллической частицы при ее движении в расплаве литниковой системы. С ее помощью исследован характер движения и улавливания шлаковых частиц в каналах литниковых систем с различным числом и пространственным расположением питателей. Суммарная площадь сечения питателей литниковой системы принималась постоянной, причем варьировались их ширина, высота, количество. Сечение шлакоуловителя при этом оставалось неизменным.

На рис. 1 показаны варианты исследованных литниковых систем. В варианте *I* выполнен один питатель высотой 15 мм, в варианте *II* – два питателя высотой 10 мм, в варианте *III* – один питатель высотой 10 мм. Вариант *IV* представляет собой три питателя высотой 5 мм, вариант *V* – один питатель высотой 5 мм. Ширина питателей подбиралась таким образом, чтобы их площадь оставалась постоянной.

При моделировании движения шлаковых частиц в исследуемых литниковых системах учитывали скорость движения расплава и плотности расплава и шлаковой частицы. Плотность шлака принята равной  $3,6 \text{ г/см}^3$ , чугуна –  $6,8 \text{ г/см}^3$ . В качестве расплава в расчетах принимался серый чугун следующего химического состава:  $\text{C} - 3,6 \%, \text{Si} - 2,4, \text{Mn} - 0,65, \text{P} - 0,2, \text{S} - 0,15 \%$ . Температура заливки принята равной  $1380^\circ\text{C}$ , а форма – песчано-глинистая. В качестве исходных данных для расчета использовали также теплофизические характеристики чугуна и формы (теплопроводность, теплоемкость и т.д.). В процессе моделирования в верхнюю часть стояка в различные моменты времени заполняли запускали по 168 шлаковых частиц.

Количество шлаковых частиц, увлеченных в форму в различные моменты времени, приведено в таблице.

Как видно из таблицы наилучшие результаты с точки зрения удержания шлаковых частиц достигаются в вариантах *IV, V*, наихудшие – в вариантах *I–III*. Это позволяет сделать вывод о том, что чем меньше высота питателя по отношению к высоте шлакоуловителя, тем меньше частиц шлака попадает в отливку.

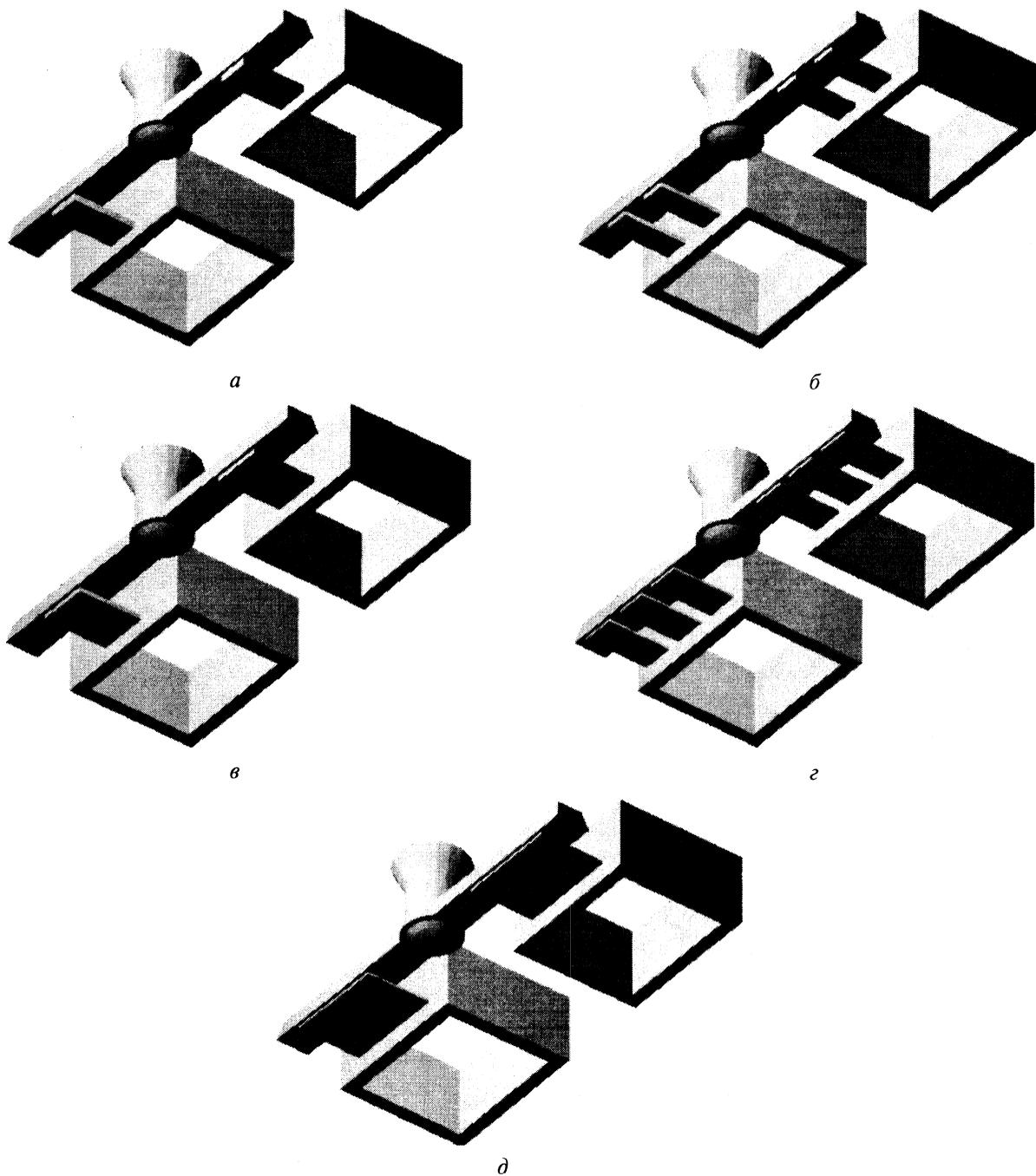


Рис. 1. Варианты расположения питателей: а – вариант I; б – вариант II; в – вариант III; г – вариант IV; д – вариант V

**Расчетное количество частиц, попавших в отливку при их движении по литниковым системам**

Время, с	Вариант I		Вариант II		Вариант III		Вариант IV		Вариант V	
	шт.	%	шт.	%	шт.	%	шт.	%	шт.	%
0,60	65	38,69	41	24,40	65	38,69	6	3,57	18	10,71
0,70	14	8,33	20	11,90	41	24,40	0	0,00	0	0,00
0,80	4	2,38	13	7,74	15	8,93	6	3,57	5	2,98
0,90	8	4,76	1	0,60	17	10,12	2	1,19	5	2,98
1,00	34	20,24	10	5,95	9	5,36	12	7,14	12	7,14
1,10	7	4,17	10	5,95	13	7,74	11	6,55	4	2,38
1,20	4	2,38	1	0,60	5	2,98	1	0,60	2	1,19
1,30	3	1,79	19	11,31	16	9,52	5	2,98	0	0,00
1,40	9	5,36	2	1,19	17	10,12	5	2,98	6	3,57
1,50	23	13,69	14	8,33	15	8,93	8	4,76	7	4,17

На рис. 2 представлены траектории движения шлаковых частиц для двух вариантов литниковых систем, показавших лучший и худший результаты. Из рис. 2, б видно, что чем дальше питатель находится от стояка, тем меньше шлаковых частиц засасывается в питатель. Все попадающие в отливку шлаковые частицы засасываются через ближний к стояку питатель. Это объясняется тем, что скорость движения шлаковой частицы является суперпозицией скорости потока расплава и скорости, возникающей в результате действия силы тяжести и архимедовой силы. Взвешенные в потоке шлаковые частицы не успевают всплыть и попадают в зону подсоса. Максимальное число частиц заносится в отливки в начальный период заполнения, в период неустановившегося турбулентного движения расплава.

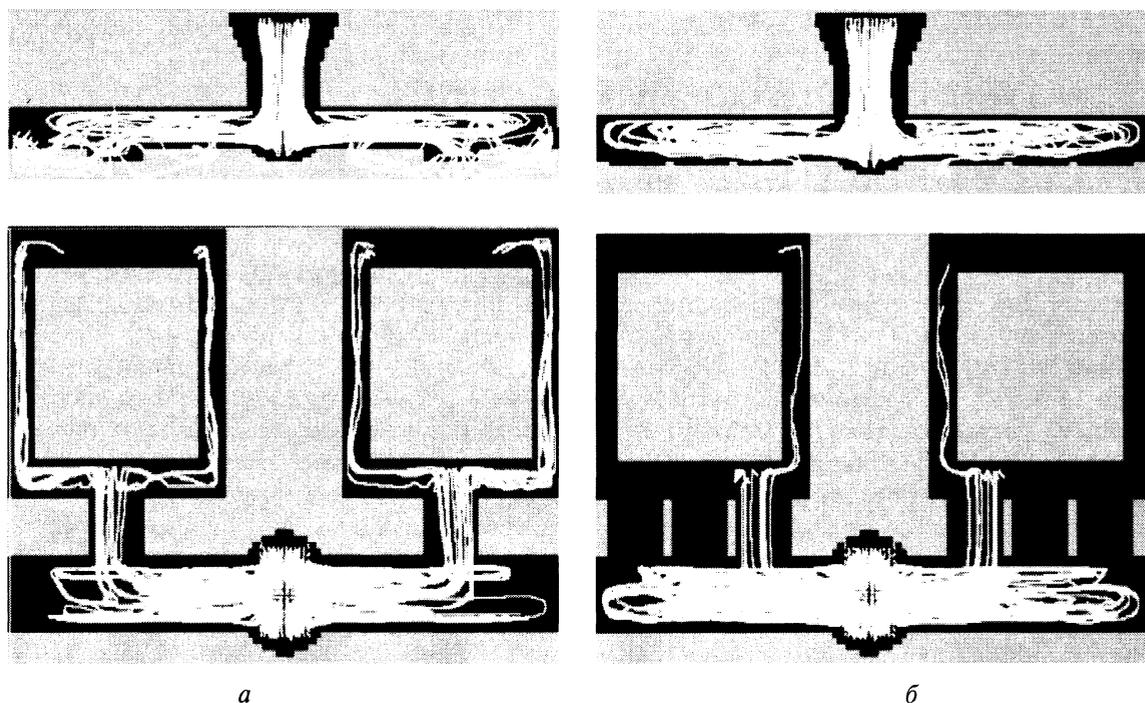


Рис. 2. Расчетные траектории движения шлаковых частиц для вариантов I (а) и IV (б)

Таким образом, выполненный на основе модели, включающей уравнения Навье–Стокса, расчет траекторий движения шлаковых частиц в каналах литниковой системы позволил установить, что скорость движения расплава в шлакоуловителе и соотношение площадей сечения питатель–шлакоуловитель оказывают решающее влияние на удержание неметаллических частиц в литниковой системе. Предложенная модель для расчета движения частиц может быть использована при проектировании литниковых систем для литья в песчано-глинистые формы.

#### Литература

1. Галдин Н. М. Литниковые системы для отливок из легких сплавов. М.: Машиностроение, 1978.
2. Чичко А.Н., Лихоузов С.Г. Клеточно-автоматное моделирование процесса течения расплава в форме // Докл. НАН Беларуси. 2001. Т.45, №4. С. 110–114.