



In the article there is given the solving of task of counterflow radiative-convective heat exchange at heating of massive thermosensitive substances. Analysis of influence of different factors on heating conformities in counterflow is carried out.

В. И. ТИМОШПОЛЬСКИЙ, НАН Беларуси, О. Г. ХОПОВА, П. Э. РАТНИКОВ, БНТУ

УДК 536.24

АНАЛИЗ РАЗЛИЧНЫХ ФАКТОРОВ, ВЛИЯЮЩИХ НА ПРОЦЕССЫ ПРОТИВОТОЧНОГО РАДИАЦИОННО-КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА

В связи с тем что в современных нагревательных печах до 80–90% тепла передается заготовкам излучением, наибольший интерес вызывают задачи нагрева металла с нелинейными граничными условиями третьего рода (радиационный и радиационно-конвективный теплообмен).

Рассмотрим следующую задачу симметричного нагрева массивных тел плоской ($m=0$), цилиндрической ($m=1$) и сферической ($m=2$) форм в условиях сложного противоточного теплообмена [1].

Уравнение теплопроводности:

$$\frac{1}{\xi^m} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\xi^m (1 + \varepsilon_\lambda \theta) \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right] = \frac{\partial \theta}{\partial \tau}. \quad (1)$$

Граничное условие на поверхности:

$$(1 + \varepsilon_\lambda \theta_n(\tau)) \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \Big|_{\xi=1} = \text{Sk} \left[(\theta_r^4(\tau) - \theta_n^4(\tau)) + \zeta (\theta_r(\tau) - \theta_n(\tau)) \right]. \quad (2)$$

Граничное условие в центре заготовки, показывающее, что внутри заготовки отсутствуют стоки тепла:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} = 0. \quad (3)$$

Балансовое уравнение:

$$\frac{d i_r}{d \Phi} = \text{Sk} \left[(i_r^4(\Phi) - i_n^4(\Phi)) + \chi (i_r(\Phi) - i_n(\Phi)) \right] n_m. \quad (4)$$

Условие Коши (начальные условия):

$$\theta(\xi, 0) = \theta_0 = \theta' = \text{const}, \quad \theta_r(0) = \theta_r^* = 1, \quad (5)$$

где введены следующие обозначения:

$$\theta(\xi, \tau) = \frac{T(\xi, \tau)}{T_r^n}; \quad \xi = \frac{r}{R}; \quad \tau = \frac{at}{R^2}; \quad \text{Sk} = \frac{\sigma_b T_r^{n^3} R}{\lambda_0}; \quad \zeta = \frac{\text{Bi}}{\text{Sk}}; \quad n = \frac{Vc}{V_r c_r}; \quad n_m = (1+m)n;$$

$$\chi = \frac{\text{Bi}}{\text{Sk}}; \quad \text{Bi} = \frac{\alpha R}{\lambda_0}; \quad \varepsilon_\lambda = \frac{\delta_\lambda}{\lambda_0} T_r^*; \quad \delta_\lambda = \frac{\lambda_0 - \lambda}{\Delta T}.$$

В качестве метода решения поставленной нелинейной задачи (1)–(5) примем известную схему термического слоя [2], а для реализации процесса решения возьмем метод эквивалентных источников (МЭИ), хорошо проявивший себя в решении различных линейных и нелинейных задач теплопроводности [3], в том числе и противоточных [1, 4–10].

На первом (инерционном) этапе ($0 \leq \tau \leq \tau_0$; $\beta(\tau) \leq \xi \leq 1$) уравнения температурного поля и температура теплоносителя имеют вид [1]:

$$\theta_1(\xi, \tau) = \theta' + \Delta \theta_1(\tau) \frac{(\xi - \beta(\tau))^2}{l^2(\tau)}, \quad (6)$$

$$\theta_{1r}(\tau) = 1 + \frac{n}{3} \Delta\theta_1(\tau) \psi(\tau), \quad (7)$$

где $\Delta\theta_1(\tau) = \theta_{1n}(\tau) - \theta'$ – температурный перепад по толщине $l(\tau) = 1 - \beta(\tau)$ прогретого (термического) слоя.

На втором (упорядоченном) этапе ($\tau_0 \leq \tau \leq \tau_*$; $0 \leq \xi \leq 1$) температурное поле по сечению заготовки имеет вид [1]

$$\theta_2(\xi, \tau) = \frac{1}{\varepsilon_\lambda} \left\{ \sqrt{[1 + \varepsilon_\lambda \theta_{2n}(\tau)]^2 - \varepsilon_\lambda \text{Sk} \left\{ \theta_{2r}^4(\tau) - \theta_{2n}^4(\tau) \right\} + \zeta [\theta_{2r}(\tau) - \theta_{2n}(\tau)] (1 - \xi^2)} - 1 \right\}. \quad (8)$$

Температура теплоносителя определяется из трансцендентного выражения

$$\Phi_r(\tau) - \Phi_r^0 = 4(1+m) \frac{\theta_c k_1}{k_2^2} \text{Sk}(\tau - \tau_0), \quad (9)$$

где

$$\Phi_r(\tau) = \ln \theta_{2r}(\tau) - p \ln [1 - k_2 \theta_{2r}(\tau)] + (p-1) \ln [1 + \varepsilon_\lambda \theta_{2r}(\tau)] - \frac{1 + 2k_2 \theta_{2r}(\tau)}{2k_2^2 \theta_{2r}^2(\tau)}; \\ p = 1 + \frac{4k_1 \text{Sk}}{(3+m)(k_2 + \varepsilon_\lambda)k_2^2}.$$

Зная температуру газа, температуру поверхности, находим из решения алгебраического уравнения

$$\theta_{2n}^4(\tau) + a_{2n} \theta_{2n}^2(\tau) + a_{1n}(\tau) \theta_{2n}(\tau) = a_{0n}(\tau), \quad (10)$$

где

$$a_{2n} = \varepsilon_\lambda (h + \zeta); \quad a_{1n}(\tau) = (h + \zeta) \left[1 + \frac{\varepsilon_\lambda (\theta_c - \theta_{2r}(\tau))}{n} \right]; \quad h = \frac{3+m}{\text{Sk}}; \quad a_{0n}(\tau) = \theta_{2r}^4(\tau) + h \left[\frac{h+n\zeta}{h} \theta_{2r}(\tau) - \theta_c \right] / n. \quad (11)$$

Уравнение (10) имеет точное решение:

$$\theta_{2n}(\tau) = \frac{1}{2} \left(\sqrt{c_1^2 - 4c_2 - c_1} \right), \quad (12)$$

где

$$c_1 = \sqrt{U_1 + V_1 - 2a_2/3}; \quad c_2 = (a_2 + c_1^2 - a_1/c_1)/2; \quad \left. \begin{matrix} U_1 \\ V_1 \end{matrix} \right\} = \sqrt[3]{\frac{q_1}{2} \pm \sqrt{D_1}}; \quad (13)$$

$$D_1 = (p_1/3)^3 + (q_1/2)^2; \quad p_1 = 4a_0 - a_2^2/3; \quad q_1 = a_1^2 + 8a_2 a_0/3 + 2a_2^3/27.$$

Зная температуры теплоносителя и температуру поверхности заготовок $\theta_{2r}(\tau)$ и $\theta_{2n}(\tau)$ по решению (8) при $\xi=0$ вычисляем температуру $\theta_{2n}(\tau)$ центра, а за ней температурный перепад $\Delta\theta(\tau)$.

Время τ^* окончания нагрева определяется по решению (9) в предположении, что $\theta_{2n}(\tau^*) = \theta_{2n}^* = \eta \theta_{2r}^*$, где η – наперед задаваемый показатель степени завершения процесса нагрева [1, 4, 6]:

$$\tau_* = \tau_0 + \frac{k_2^2 (\Phi_r^* - \Phi_r^0)}{4(1+m)k_1 \text{Sk} \theta_c}. \quad (14)$$

Таким образом, получено обобщенное (для всех трех форм тел базовой геометрии) аналитическое решение нелинейной задачи противоточного лучисто-конвективного нагрева с учетом зависимости теплофизических свойств материала от температуры. При практическом использовании предлагаемое решение довольно просто программируется для машинного счета.

С использованием приведенного решения был проведен расчет влияния различных факторов на процесс противоточного нагрева.

На рис. 1, 2 приведено влияние отношения водяных эквивалентов и критерия Старка на продолжительность нагрева тел различной базовой геометрии. Степень завершения процесса принимали равной 0,99 ($\eta=0,99$).

Анализ зависимости времени нагрева заготовок (Fo) от критерия Старка (см. рис. 1) показывает, что существуют определенные рациональные режимы нагрева, когда даже значительное увеличение Sk (это, по сути, повышение температуры печи за счет увеличения расхода топлива) не приводит

к существенному сокращению времени нагрева. То же иллюстрирует зависимость $Fo = Fo(n)$ (рис. 2). Рациональные режимы нагрева зависят также от коэффициента формы (т.е. от отношения тепловоспринимающей поверхности к объему заготовки).

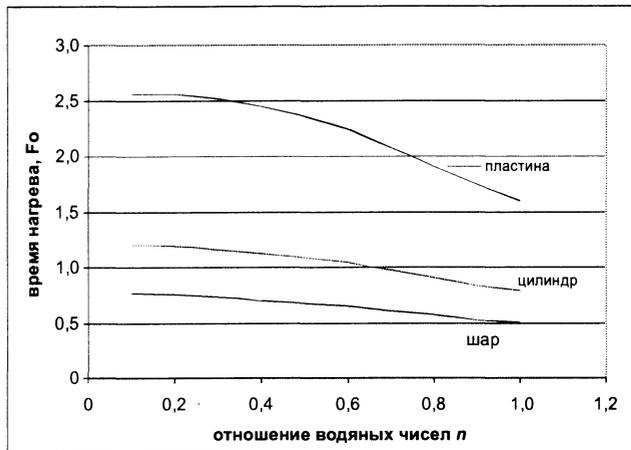


Рис. 1. Влияние водяного эквивалента на время нагрева тел базовой геометрии ($\eta=0,99$)

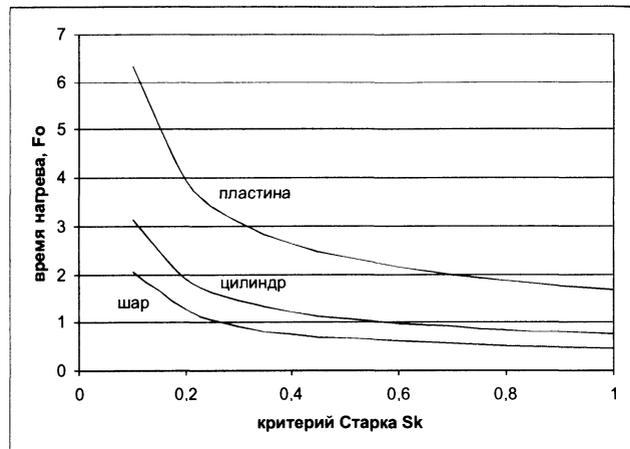


Рис. 2. Влияние критерия Старка (лучистого теплового потока) на время нагрева тел базовой геометрии ($\eta=0,99$)

Анализ зависимостей температурного перепада по сечению заготовок и температуры поверхности от критерия Старка (интенсивности лучистого теплообмена) показывает (рис. 3–5), что при Sk , равном 0,7–1,5 и времени нагрева $Fo \geq 2$, относительная температура поверхности изменяется не более чем на 3–5%.

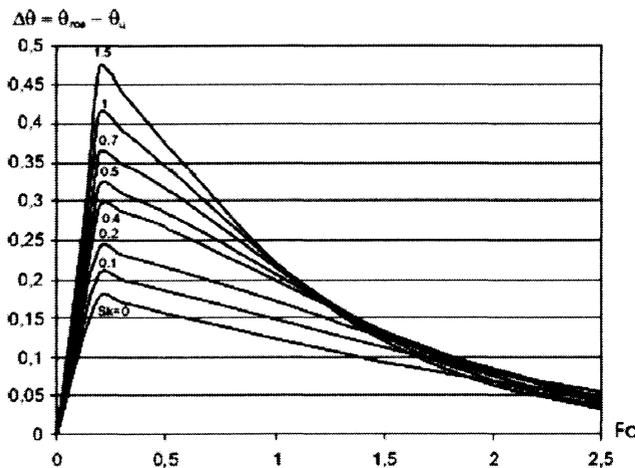


Рис. 3. Зависимость температурного перепада по сечению пластины от критерия Старка при $n=0,5$, $Bi=1$, $\theta_0=0,5$

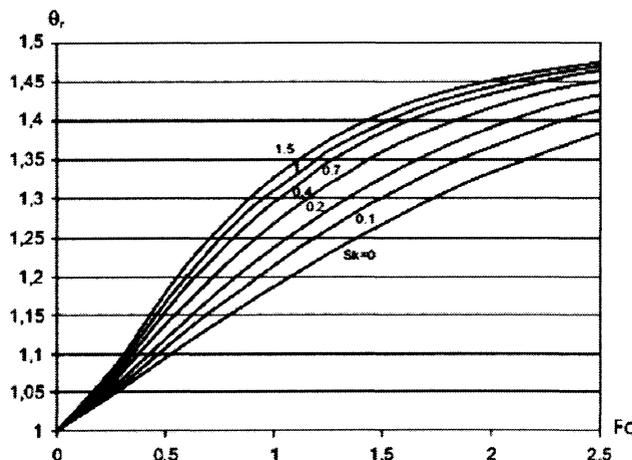


Рис. 4. Зависимость температуры газов от критерия Старка при $n=0,5$, $Bi=1$, $\theta_0=0,5$

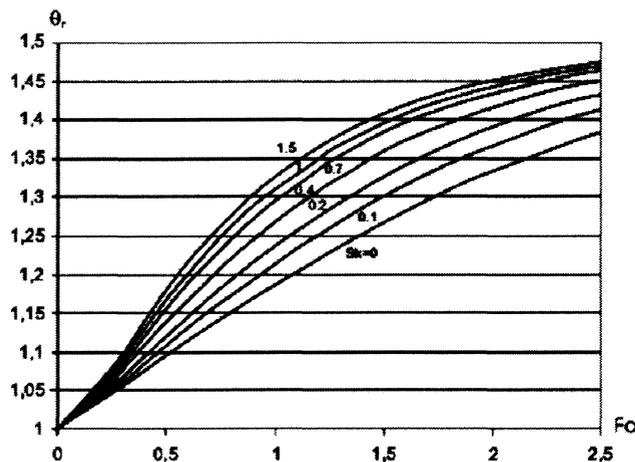


Рис. 5. Зависимость температуры поверхности пластины от критерия Старка при $n=0,5$, $Bi=1$, $\theta_0=0,5$

Учитывая, что температурный перепад по сечению тела в начальный период нагрева весьма значительно зависит от интенсивности лучистого потока (см. рис. 3), можем сделать следующие выводы.

- С целью уменьшения температурного перепада и, как следствие, термонапряжений в наиболее опасный с точки зрения возникновения дефектов период нагрева следует уменьшить интенсивность лучистого теплового потока. С другой стороны, это позволит уменьшить расход топлива.

- Так как интенсивность лучистого теплообмена в рабочем пространстве нагревательной печи напрямую зависит от степени черноты футеровки, следовательно, для улучшения качества на-

грева и снижения расхода топлива целесообразно использовать волокнистые огнеупорные материалы, имеющие меньшую степень черноты и малую по сравнению применяемыми в настоящее время материалами, теплопроводность и массу. За счет этого, помимо отмеченных достоинств, снизятся потери теплоты через ограждающие конструкции.

Влияние отношения водяных чисел на динамику противоточного нагрева цилиндрических заготовок (газ, температурный перепад и центр) приведено на рис. 6–8.

Анализ зависимостей температурного перепада по сечению заготовок и температуры поверхности

от отношения водяных чисел ($n = \frac{c_M V_M}{c_G V_G}$) (рис. 6,

7) позволяет установить следующее.

- В зависимости от требуемой производительности нагревательного устройства и конечной температуры металла представляется возможным выбрать оптимальный шаг раскладки с точки зрения качества нагрева.

- Учитывая полученные зависимости при разработке температурных режимов нагрева металла в проходных печах, следует стремиться к снижению конечной температуры нагрева.

- Если $c_G V_G = \text{const}$, то фактически варьируя величиной $c_M V_M$, мы изменяем шаг раскладки или скорость перемещения заготовок в печи. Величину $c_G V_G$ можно предварительно рассчитать как требуемый расход топлива для поддержания температурного режима согласно технологическому регламенту (например, решив уравнение теплового баланса для конкретного устройства). Таким образом, исходя из требуемой производительности нагреваемого устройства, качества нагрева (конечного температурного перепада) и конечной температуры нагрева (рис. 6, 7), можно определить оптимальную емкость печи при нагреве того или иного типоразмера, удовлетворяющую заданным условиям.

- С другой стороны, задаваясь температурой центра заготовки и температурным перепадом при фиксированном шаге раскладки $c_M V_M = \text{const}$, с помощью представленной диаграммы можно определить расход топлива ($c_G V_G$) в зависимости от производительности печи (Fo).

- Задаваясь производительностью и расходом газа в печи, можно определить температуру в томильной зоне (и, наоборот, зная производительность и температуру газа в томильной зоне, можно найти расход газа).

Влияние переменности коэффициента теплопроводности на время нагрева (степень завершенности процесса принималась 0,99) для тел классической формы показано на рис. 9.

Зависимости температурного перепада по сечению заготовок, температуры поверхности и центра от ϵ_1 приведены на рис. 10, 11.

Из рисунков видно, что переменность коэффициента теплопроводности оказывает существенное влияние на температурный перепад по сечению заготовки и продолжительность нагрева. При уменьшении коэффициента теплопроводности возрастает температурный перепад по сечению заготовок.

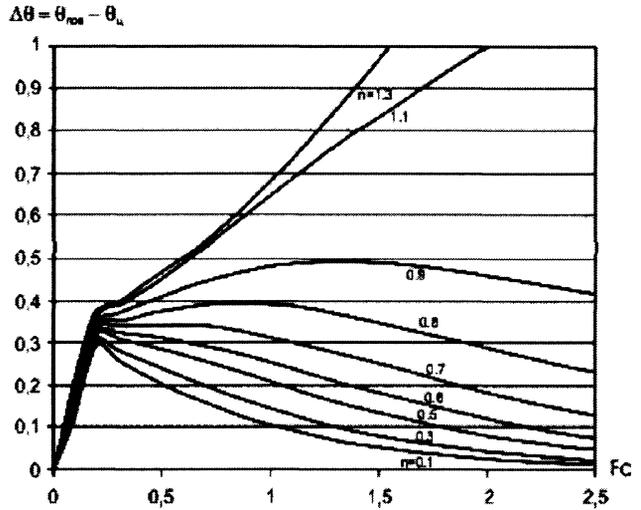


Рис. 6. Зависимость температурного перепада по сечению цилиндра от отношения водяных чисел при $Sk=0,5$, $Bi=1$, $\theta_0=0,5$

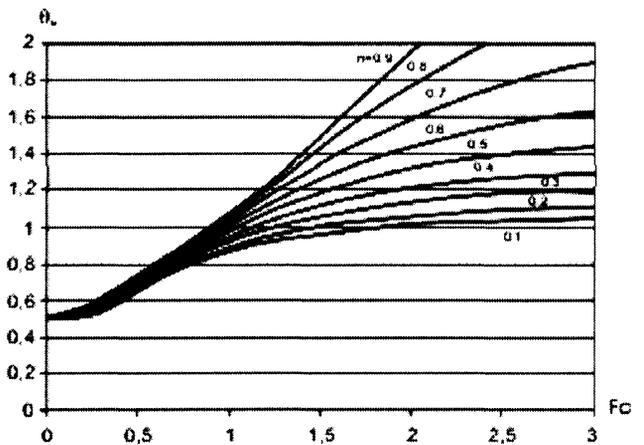


Рис. 7. Зависимость температуры центра цилиндра от отношения водяных чисел при $Sk=0,5$, $Bi=1$, $\theta_0=0,5$

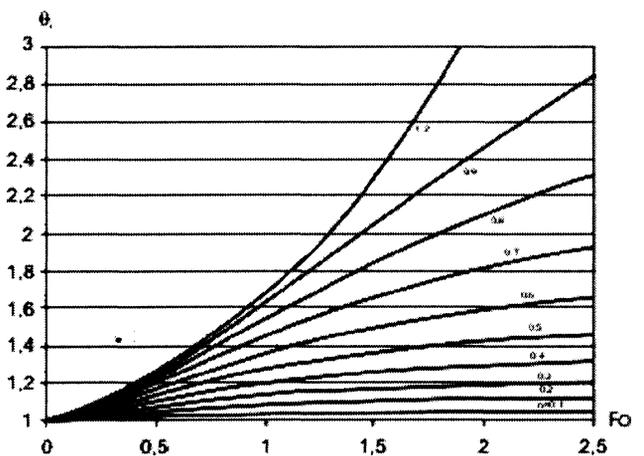


Рис. 8. Зависимость температуры газа от отношения водяных чисел при $Sk=0,5$, $Bi=1$, $\theta_0=0,5$

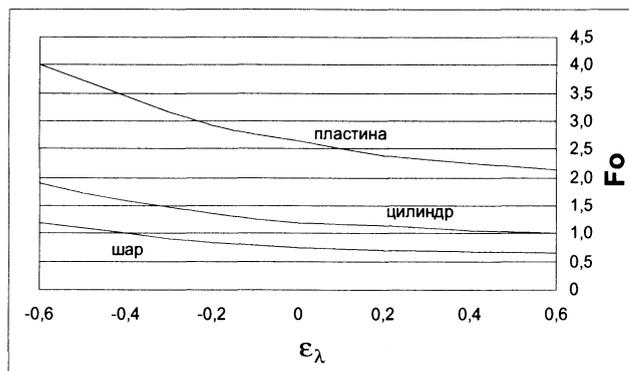


Рис. 9. Влияние переменности коэффициента теплопроводности на время нагрева металла ($\eta=0,99$)

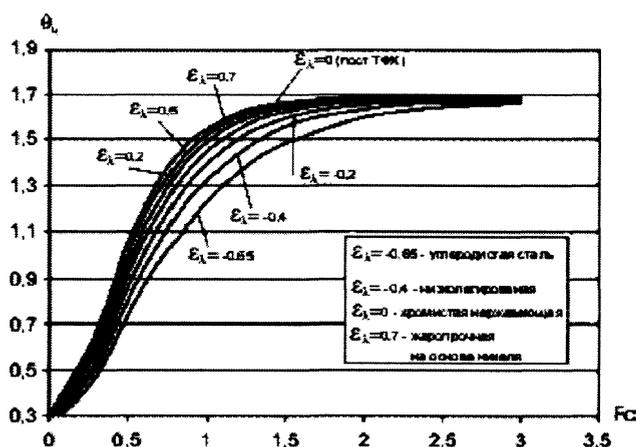


Рис. 10. Зависимость температуры центра пластины от переменности теплофизических свойств (теплопроводности) при $n=0,5$; $Sk=0,4$; $Bi=0,1$

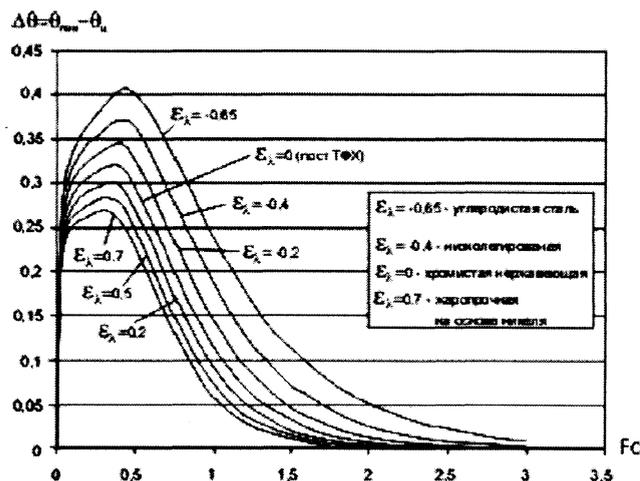


Рис. 11. Зависимость температурного перепада по сечению пластины от переменности теплофизических свойств (теплопроводности) при $n=0,5$; $Sk=0,4$; $Bi=0,1$

Выводы

Выполнено исследование влияния различных факторов на закономерности противоточного радиационно-конвективного теплообмена при нагреве массивных термочувствительных тел. Полученные закономерности могут быть использованы для разработки рациональных режимов нагрева заготовок в проходных печах (печи толкательного типа, с механизированным подом и т.д.).

Литература

1. Постольник Ю.С., Тимошпольский В.И., Филиппов В.В., Тищенко В.А., Трусова И.А., Козлов С.М., Ратников П.Э. Нагрев термочувствительных материалов в условиях противоточного радиационно-конвективного теплообмена // *Литье и металлургия*. 2001 №3. С. 53–56.
2. Лыков А.В. Методы решения нелинейных уравнений нестационарной теплопроводности // *Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт*. 1970. №5. С. 109–150.
3. Постольник Ю.С. Приближенные методы исследований в термомеханике. Киев–Донецк: Вища шк., 1984.
4. Противоточный радиационно-конвективный нагрев массивных тел / Ю.С. Постольник, В.И. Тимошпольский, А.П. Огурцов, И.А. Трусова, С.М. Козлов, П.Э. Ратников / *Изв. вузов и энергетич. объединений СНГ*. 2001. №3. С. 65–75.
5. Анализ температурного состояния массивного плоского слитка в условиях радиационного противотока / Ю.С. Постольник, В.И. Тимошпольский, А.П. Огурцов и др. // *Литье и металлургия*. 2003. №1. С. 53–55.
6. Математическое моделирование нагрева термически массивных тел в условиях теоретического противоточного теплообмена излучением / В.И. Тимошпольский, Ю.С. Постольник, С.М. Козлов и др. // *Металлургия*. 2002. Вып. 26. С. 12–19.
7. Температурное состояние массивного цилиндрического слитка в радиационном противотоке / Ю.С. Постольник, В.И. Тимошпольский и др. // *Металлургия*. 2003. Вып. 27. С. 3–8.
8. Инженерные методы расчетов различных режимов нагрева термомассивных объектов в металлургических теплотехнологиях в условиях противотока. 1. Состояние вопроса. Конвективный нагрев / В.И. Тимошпольский, Ю.С. Постольник, Д.Н. Андрианов и др. // *ИФЖ*. 2004. Т. 77. №4. С. 3–9.
9. Тимошпольский В.И., Постольник Ю.С., Козлов С.М., Трусова И.А., Ратников П.Э. Расчет нагрева термомассивной пластины в условиях теоретического противотока // *Литье и металлургия*. 2001. №1. С. 63–64.
10. Теория противоточного теплообмена при нагреве заготовок и слитков в пламенных печных агрегатах / В.И. Тимошпольский, Ю.С. Постольник, А.П. Огурцов и др. // *Тез. докл. и сообщ. ММФ*. 2004. ИТМО НАН Беларуси (24–27 мая 2004 г.). Т. 2. С. 396–398.