



There is offered the method, based on the equations Navje-Stocks, for modeling of the porosity, forming in the process of crystallization and cooling of the three-dimensional casting, having gating system. There is carried out the computer modeling of the porosity forming in the industrial casting "plate".

А. Н. ЧИЧКО, С. Г. ЛИХОУЗОВ, О. И. ЧИЧКО, БНТУ

УДК 669.27:519

НОВЫЙ МЕТОД КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ УСАДОЧНОЙ ПОРИСТОСТИ ПРОМЫШЛЕННЫХ ОТЛИВОК НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ–СТОКСА

Важнейшим этапом моделирования в системе «ПроЛит-1» является определение пористости на основе распределения плотности сплава. Пористость является следствием усадочных дефектов, образующихся при затвердевании в сплавах с объемной фазовой усадкой. Образование пористости связано с совместным протеканием процессов кристаллизации и течения расплавов. Считается, что образование пористости связано с недостатком давления в двухфазных зонах кристаллизации и усадкой. В данной работе рассматриваются два вида пористости: рассеянная и сосредоточенная.

Классическим методом определения пористости в сплаве служат уравнения, связывающие равенства гидравлической (V_r) и усадочной (V_y) скорости, которая имеет вид [1]

$$\frac{dy}{d\tau} = V_y = V_r. \quad (1)$$

Традиционные методики используют такую степень упрощения, которая не позволяет определять пористость в отливках сложной конфигурации. Например, предполагают, что объект является плоской отливкой, при этом вводят высоту H и толщину $2R$, включая закон квадратного корня. При этом скорость усадки определяется как [2]

$$V_y = \frac{dh}{d\tau} = \frac{\alpha HK^2}{2(R-r)r}, \quad (2)$$

где α — коэффициент усадки при затвердевании; K — коэффициент затвердевания.

Используя целый ряд допущений, предлагается формула для расчета размеров образуемой пористости r :

$$r = \sqrt[3]{\frac{3\alpha\eta K^2 H^2}{2(P_a + \rho g H)R}}, \quad (3)$$

где P_a — атмосферное давление; $\rho g H$ — гидростатическое давление; η — вязкость.

Формула применима только к идеальной плоской отливке и зависит от эмпирического коэффициента затвердевания, который не просто найти. Да и радиус поры понятие идеальное и где он находится вообще из расчета неясно. В то же время остается нерешенным главный вопрос, какое пространственное распределение имеет пористость в отливке.

Развитие математического моделирования и компьютерных технологий открывает новые возможности в решении задач, связанных с объемной усадкой сплавов, кристаллизующихся в сложных формах. При этом для определения пористости в теории предлагаются различные виды фильтрационных уравнений, основанные на расчетах затрудненного движения расплава в жидких частях двухфазных зон сплава. Один из вариантов расчета пористости основан на решении дифференциального уравнения фильтрационного течения [3]:

$$K_x \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + K_z \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} + q = 0, \quad (4)$$

где x, y, z — координаты в пространстве; H — распределение пьезометрического напора в пространстве координат x, y, z ; K_x, K_y, K_z — проницаемость в направлении осей x, y, z ; q — внутренний объемный сток за счет процесса усадки.

Однако конкретная реализация уравнения (4) при вычислении упрощается настолько, что происходит сглаживание пространственного распределения давления в фильтрационной зоне, что может приводить к существенным погрешностям в определении пространственного положения пористости. Следует отметить, что сложность моделирования литейных процессов усадки привела к тому, что до сих пор появляются работы бесполезные как в теоретическом, так и практическом отношении, основанные на упрощениях, сделанных в 50–60-х годах, когда объективно невозможны были какие-либо серьезные расчеты. О каких раковинах и усадочной пористости можно говорить в так называемых «одномерных отливках». Такие отливки существуют только в идеале, и где может находиться в них пористость. Подобные работы приносят больше вреда, чем пользы, так как показывают практикам-технологам, что теория ничего не может дать полезного для решения конкретных проблем технологии.

В настоящей статье предлагается новый метод расчета пространственного распределения пористости в отливках, основанный на трехмерных уравнениях Навье–Стокса, уравнении неразрывности и уравнении теплопроводности, которые моделируют движущийся и кристаллизующийся расплав в ограниченном дендритной структурой объеме.

В основе метода лежит идея о том, что процесс кристаллизации имеет две составляющие, связанные с гидродинамикой течения расплава и увеличением его плотности при фазовом переходе «жидкость – твердое тело». При этом процесс переноса металла рассматривается в условиях меняющегося температурного поля отливки. Следует отметить, что этот метод развивается для трехмерного случая и обладает универсальностью, позволяющей рассчитывать пористость в любых пространственных формах. Математическую основу метода составляет определение поля плотностей расплава, движущегося в затрудненных условиях, по трехмерным уравнениям Навье–Стокса [4, 5]:

$$\begin{cases} \frac{\partial V_x}{\partial \tau} + V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_x}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\eta}{\rho} \left(\frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial z^2} \right), \\ \frac{\partial V_y}{\partial \tau} + V_x \frac{\partial V_y}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_y}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_y}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\eta}{\rho} \left(\frac{\partial^2 V_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial z^2} \right) - g, \\ \frac{\partial V_z}{\partial \tau} + V_x \frac{\partial V_z}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_z}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\eta}{\rho} \left(\frac{\partial^2 V_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} \right), \end{cases} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) \rho = 0, \quad (6)$$

где τ – время; x, y, z – декартовы координаты (ось Y направлена вертикально); V_x, V_y, V_z – проекции скорости жидкости соответственно на координатные оси X, Y, Z ; $P(\tau)$ – давление жидкости; ρ – плотность жидкости; η – динамическая вязкость; g – ускорение свободного падения.

Процесс охлаждения расплава описывается уравнением теплопроводности с учетом зависимости теплопроводности и теплоемкости материала от температуры [6]:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + V_x \frac{\partial T}{\partial x} + V_y \frac{\partial T}{\partial y} + V_z \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1}{c(T)\rho} \left(\frac{\partial \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial y} \right)}{\partial y} + \frac{\partial \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right)}{\partial z} \right) + \frac{F(x, y, z, \tau)}{c(T(x, y, z, \tau))\rho}, \quad (7)$$

где T – температура; x, y, z – декартовы координаты; $\lambda(T)$ – коэффициент теплопроводности материала; $c(T)$ – удельная теплоемкость материала; ρ – плотность материала; $F(x, y, z, \tau)$ – функция кристаллизации. Ниже представлен алгоритм метода моделирования пористости для отливок сложной конфигурации.

Алгоритм для моделирования усадочной пористости

Пространство моделирования представляет собой трехмерный массив ячеек с размерами $\Delta x \times \Delta y \times \Delta z$ и координатами (i, j, k) , где $i = 0, \dots, I$ – номер ячейки вдоль координатной оси X , $j = 0, \dots, J$ – номер ячейки вдоль координатной оси Y , $k = 0, \dots, K$ – номер ячейки вдоль координатной оси Z . Состояние каждой ячейки описывается величинами $V_x, V_y, V_z, \rho, P, T, U$.

Шаг 0. Устанавливаются начальные значения параметров состояния каждой ячейки в соответствии с конфигурацией отливки и начальными условиями, которые частично соответствуют моменту окончания заливки.

Время расчета τ устанавливается в $\tau_{\text{зап}}$, а шаг расчета для течения жидкости определяется как шаг расчета для течения жидкости $\tau V = \tau V_{\text{зап}}$. Шаг расчета для теплообмена в k_T раз больше шага расчета для течения $\tau_T = k_T \tau_V$.

Шаг 1. Для всего пространства расчета выполняются следующие операции для вычисления движения жидкости:

- определяются значения проекций скорости на оси координат $V_{x\ n+1}$, $V_{y\ n+1}$, $V_{z\ n+1}$;
- если существует ось симметрии, то происходит замена проекций скоростей в соответствии с граничным условием;
- вычисляется перенос вещества и перераспределение проекций скоростей на оси координат $V_{x\ n+1}$, $V_{y\ n+1}$, $V_{z\ n+1}$ и температур T_{n+1} в ячейках;
- просматриваются все ячейки, в которых значение плотности достигло критического значения $\rho_{\text{кр}}$. Для этих ячеек изменяется тип ячейки с жидкости на воздух, что означает появление раковины;
- для новых значений плотностей в ячейках рассчитываются значения давлений в ячейках.

Шаг 2. Если выполнено k_T расчетов для вычисления движения жидкости, то для всего пространства расчета выполняются следующие операции для вычисления теплообмена:

- если $T_{\text{liq}} < T_{n+1}$, т. е. не идет процесс кристаллизации, значение T_{n+1} вычисляется по разностной формуле с заданным коэффициентом теплообмена;
- если $T_{\text{liq}} > T_{n+1} > T_{\text{sol}}$, т. е. идет процесс кристаллизации, значение T_{n+1} вычисляется по разностной формуле с учетом функции тепловыделения;
- если существует ось симметрии, то происходит замена температур в соответствии с граничными условиями.

Шаг 3. Если вычисляется усадка вещества в процессе кристаллизации, корректируется значение плотности в клетке с учетом изменения температуры и процентного соотношения закристаллизованного вещества в этой клетке.

Шаг 4. Вычисляется значение усадочной пористости U_p в процентах.

Шаг 5. Значение времени расчета увеличивается $t = t + \tau_V$.

Шаг 6. Шаг расчета по времени для течения жидкости τ_V определяется из критерия устойчивости для течения жидкости. Шаг расчета для теплообмена в k_T раз больше шага расчета для течения $\tau_T = k_T \tau_V$.

Шаг 7. Если в пространстве моделирования существуют области жидкости (не закристаллизовавшегося металла), то выполняется переход на **Шаг 1**, иначе конец расчета.

В качестве объекта исследования была выбрана промышленная отливка «плита» с литниковой системой, представляющей собой пространственную конфигурацию (рис. 1), построенную в графическом редакторе компьютерной системы «ПроЛит» [7, 8]. Как видно из рисунка, литниковая система включает в себя вертикальный стояк с четырьмя питателями. При этом используются две большие прибыли.

В качестве исходного сплава использовали сталь с заданными функциями теплопроводности и теплоемкости от температуры. При этом температуру ликвидуса и солидуса принимали равной соответственно $T_{\text{liq}} = 1368^\circ\text{C}$ и $T_{\text{sol}} = 1343^\circ\text{C}$. Температура заливки была принята равной 1430°C , температура формы — 20°C . В качестве материала формы использовали песчано-глинистую смесь со следующими теплофизическими характеристиками: теплоемкость — $1050 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$, теплопроводность — $0,34 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{K})$, плотность — $1700 \text{ кг}/\text{м}^3$. В компьютерной системе «ПроЛит-1» трехмерное изображение отливки и литниковой системы разбивалось ортогональной сеткой на равные элементы. Общее количество элементов, на которые разбивалась отливка, равно 255 259. Объем каждого элемента принимался равным $0,01 \times 0,01 \times 0,01 \text{ м}^3$.

На рис. 2 показан фрагмент компьютерного расчета распределения пористости в отливке «плита»

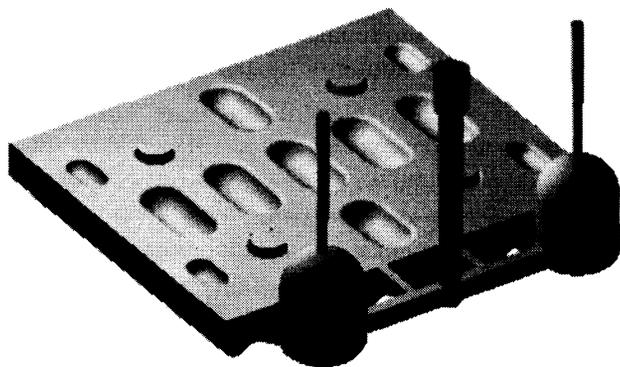


Рис. 1. Общий вид отливки «плита»

для двух ее центральных сечений. При визуализации пористости использовали цветную шкалу от синего до красного цвета, которая в черно-белом варианте представляет собой светло-черное поле. Чем светлее фон выделенного элемента, тем больше пористость. Следует отметить, что в расчетах использовался метод пересчета распределения плотности в шкалу пористости. Если плотность клетки металла соответствовала плотности воздуха, то считалось, что образуется усадочная раковина. Как видно из рисунка, распределение пористости несимметрично по отношению к центральной плоскости стояка. В плоскости $Y=16$ имеется около восьми

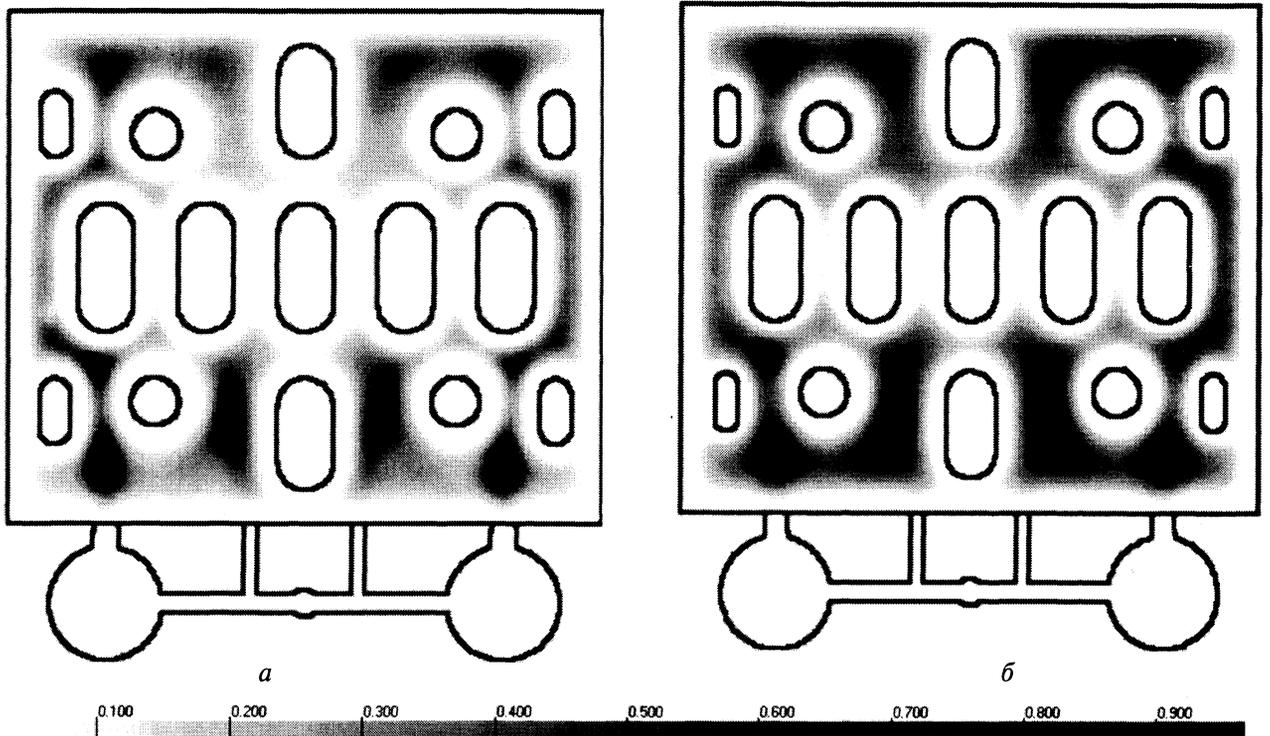


Рис. 2. Распределение пористости в отливке «плита» (а) в выделенных сечениях $Y = 16$ (а), $Y = 15$ (б)

локальных участков с повышенной пористостью. Анализируя результаты моделирования с учетом шкалы пористости, можно отметить, что в плоскости $Y=15$ она более ярко выражена, чем в плоскости $Y=16$.

На рис. 3 представлены усадочные раковины, которые образуются в местах самой низкой пористости. Следует отметить несимметричный характер развития пористости в отливке, что, скорее всего, связано с периодическим изменением свободной поверхности текущего расплава.

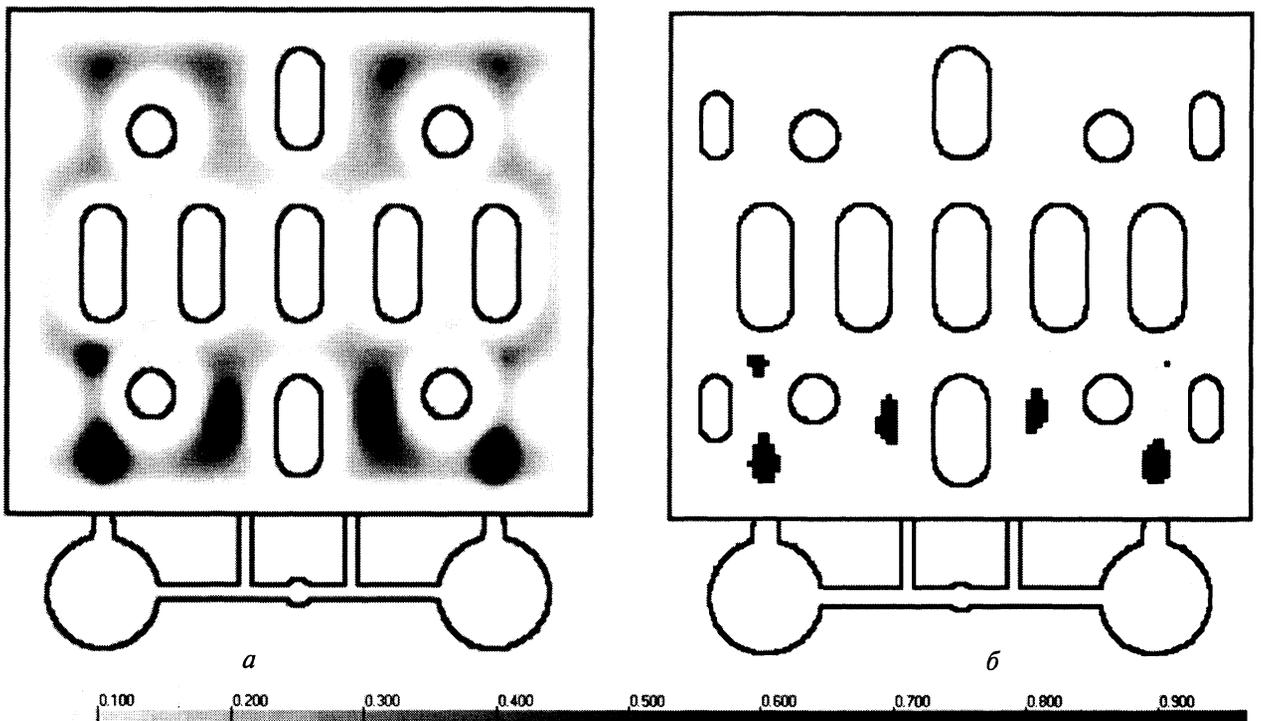


Рис. 3. Распределение пористости (сечение $Y = 14$) (а) и усадочных раковин (сечение $Y = 16$) в отливке «плита» (б)

На рис. 4 показано изменение плотности во времени в выделенных точках сечения отливки. Как видно из рисунка, в точке 1 плотность металла повышается с течением времени, в то время как в точке 3, она снижается после 100 с кристаллизации. Для этой точки в течение 50 с плотность изменяется очень быстро. Для точки 2 плотность с течением времени (от 100 до 170 с) несколько повышается, в то же время в интервале 170–240 с она уменьшается. Дальнейшее увеличение времени кристаллизации не приводит к снижению плотности. Анализ всех трех точек в теле отливки показывает, что характер кристаллизации в каждой точке плиты различен, что связано с процессом течения расплава и неоднородным температурным полем в замкнутом дендритном поле сплава. Для точки 5 (рис. 4, в) резко снижается плотность, что соответствует образованию усадочной раковины. Характер изменения плотности в точках 4, 6 подобен характеру изменения плотности в точках 1, 2.

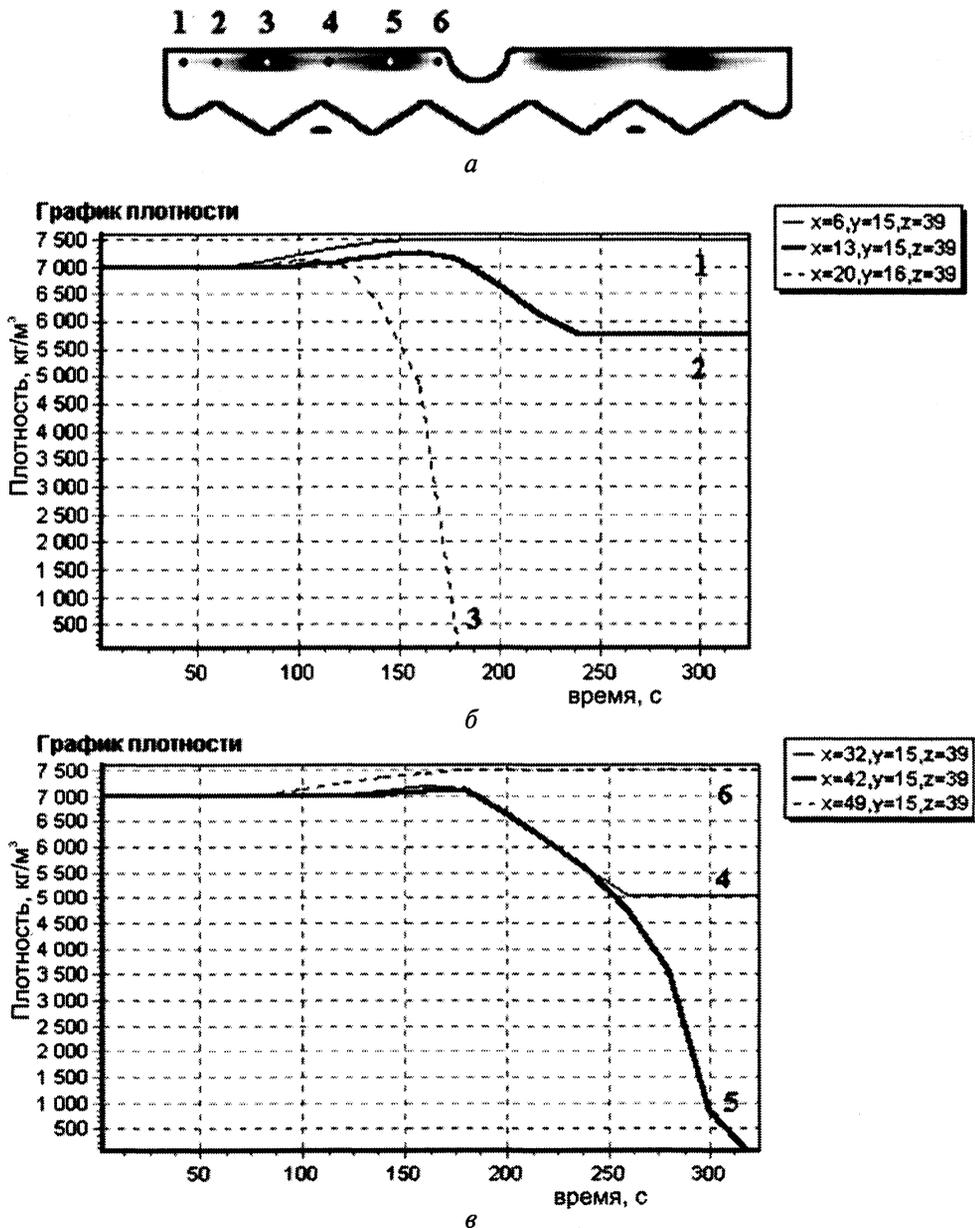


Рис. 4. Распределение плотности в отливке «плита» (а) в выделенных точках сечения $X = 39$ (б, в) от времени

На рис. 5 представлено изменение плотности в сечении $Y=16$ отливки «плита». Как видно из рисунка, плотность от 50 до 100 с увеличивается. Для времени, большего 100 с, наблюдается резкое уменьшение плотности.

Таким образом, метод расчета пространственного распределения пористости, основанный на решении трехмерного дифференциального уравнения Навье–Стокса, позволяет определить пористость в любой точке отливки, что показывает огромные возможности компьютерных технологий. Рассматривая функции пористости во времени для различных пространственных точек отливки, можно строить пространственные фигуры изменения пористости во времени.

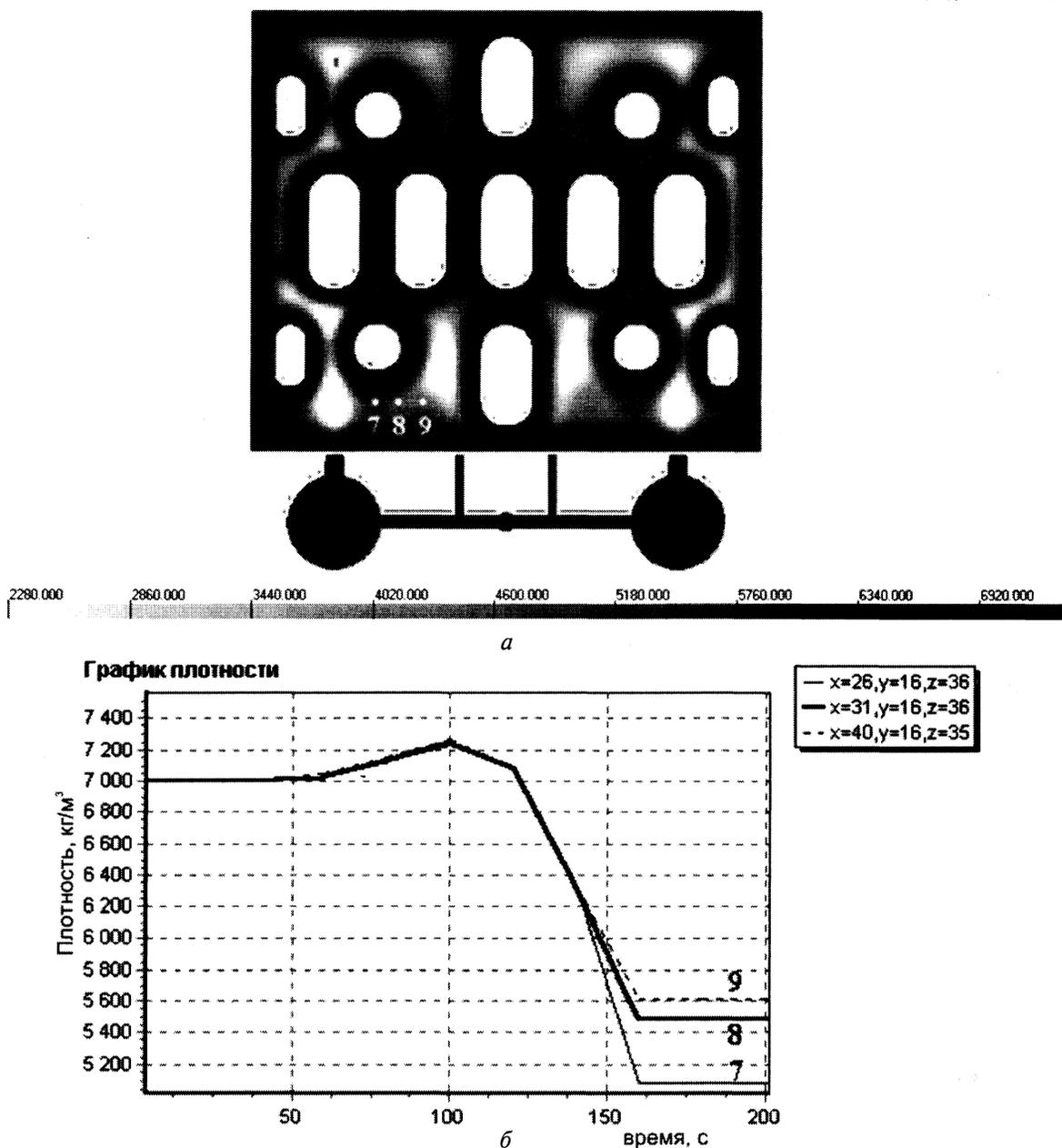


Рис. 5. Распределение плотности в отливке «плита» (а) в выделенных точках сечения $Y = 16$ (б) от времени

В заключение следует отметить, что эра одномерных моделей в литейном производстве проходит. Тем более что они часто просто декларируются, а не решаются и получаемые при этом результаты не имеют ни практической, ни теоретической ценности. Только трехмерные расчеты, которые построены на учете пространственной конфигурации отливки и литниковой системы, способны серьезно заинтересовать разработчиков технологического процесса в литейном производстве. В настоящее время моделирование пористости реализовано в программном продукте «ПроЛит-1», который разрабатывается для белорусских предприятий, имеющих литейное производство.

Литература

1. Гуляев В.Б. Теория литейных процессов. Л.: Машиностроение, 1976.
2. Рыжиков А.А. Теоретические основы литейного производства. М.: Машгиз, 1951.
3. Тихомиров М.Д. Основы моделирования литейных процессов. Усадочная задача // Литейное производство (приложение). 2001. № 12. С. 8–14.
4. Чичко А.Н., Лихоузов С.Г. Клеточно-автоматное моделирование процесса течения расплава в форме // Докл. НАН Беларуси. 2001. Т.45, № 4. С. 110–114.
5. Чичко А.Н., Яцкевич Ю.В., Чичко О.И., Соболев В.Ф. Новые подходы в компьютерном моделировании усадочной пористости для трехмерных кристаллизующихся отливок // Докл. НАН Беларуси. 2003. Т. 47, № 4. С. 118–121.
6. Чичко А.Н., Лихоузов С.Г., Яцкевич Ю.В., Чичко О.И. Компьютерное моделирование усадочной пористости отливок с различным подводом металла на основе уравнений Навье-Стокса // Литье и металлургия. 2003. № 2. С. 9–14.
7. Чичко А.Н., Соболев В.Ф., Лихоузов С.Г. Комплекс программных средств «ПРОЛИТ» для моделирования процессов течения и охлаждения расплавов // Программные продукты и системы. 2002. №4. С. 47–48.
8. Чичко А.Н., Соболев В.Ф., Лихоузов С.Г. Компьютерная система «ПроЛит» — инструмент для повышения качества // ТЭО. 2001. № 6. С. 30–31.