



The present work is directed at using of theoretical analysis and special instruments of mathematical planning of experiment, in order to receive correlations between input and output variables in exoteric blends.

Д. М. КУКУЙ, Ю. Н. ФАСЕВИЧ, БНТУ

УДК 621.743.074:544.332–971.2

ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ СОСТАВОВ ЭФФЕКТИВНЫХ ЭКЗОТЕРМИЧЕСКИХ СМЕСЕЙ

Важным этапом в оптимизации составов смесей является анализ влияния различных компонентов экзотермических смесей на их свойства, и тем самым, результативной работы литейной прибыли [1, 2]. При решении задачи стабилизации свойств экзотермической смеси необходимо отказаться от жестких универсальных технологических условий и перейти к гибкой системе регулирования свойств в зависимости от состава исходных компонентов смесей. С учетом этого цель работы – получение требуемой температуры начала воспламенения, достаточной прочности на сжатие в сыром состоянии и максимальной температуры горения как функции от различных независимых переменных, таких, как процентное содержание окислы, алюминиевого порошка, кварцевого песка, криолита и жидкого стекла в экзотермической смеси. Данная работа направлена на использование теоретического анализа и специальных инструментов математического планирования эксперимента, чтобы получить соотношения между входными и выходными переменными в экзотермических смесях.

Планирование эксперимента позволяет провести минимально необходимое число экспериментов, где в качестве переменных факторов для оптимизации составов смесей были приняты: содержание окислы (X_1), которое варьировали от 5% ($X_1 = -1$) до 25% ($X_1 = +1$), в качестве второго компонента использовали алюминиевый порошок (X_2), при этом выбирали его в количестве от 5% ($X_2 = -1$) до 25% ($X_2 = +1$). Третьим компонентом экзотермической смеси являлся катализатор горения – криолит (X_3), содержание которого колебалось от 0% ($X_3 = -1$) до 10% ($X_3 = +1$). В качестве наполнителя для смесей использовали кварцевый песок (X_4) в количестве от 20% ($X_4 = -1$) до 30%

($X_4 = +1$). И, наконец, пятым компонентом смеси служило жидкое стекло (X_5), которое вводили в смесь сверх общей массы сухих компонентов от 5% ($X_5 = -1$) до 11% ($X_5 = +1$). В результате реализации каждого эксперимента матриц планирования фиксировали следующие свойства смеси: температуру начала воспламенения $Y_1 = T_{\text{НВ}}$, °С; максимальную температуру горения $Y_2 = T_{\text{Г}}$, °С; прочность на сжатие $Y_3 = \sigma_{\text{сж}}$, МПа.

Далее был разработан план эксперимента, согласно которому собраны экспериментальные данные. Приготовление смесей и измерение контролируемых параметров осуществляли в соответствии со стандартными и оригинальными методиками.

Следующий шаг – построение математической модели изучаемого процесса, для чего были рассчитаны коэффициенты регрессии [3, 4]. Далее проводили проверку их значимости. Для этого была выдвинута нулевая гипотеза о том, что коэффициенты статистически незначимо отличны от нуля. Для проверки гипотезы использовали критерий Стьюдента (t -критерий). Эмпирическое значение t -критерия было сопоставлено с табличным. Если $F_{\text{эмп}} > F_{\text{крит}}$ то нулевая гипотеза должна быть отвергнута. Следовательно, коэффициент значимо отличается от нуля и его следует сохранить в рассчитанной регрессионной математической модели. Если же $F_{\text{эмп}} < F_{\text{крит}}$ нулевая гипотеза принимается, соответствующий коэффициент регрессии полагается незначимым и исключается из регрессионной модели [5]. После того, как были отброшены незначимые факторы из регрессионной модели, модель пересчитывали. Так, последовательно осуществляя проверку значимости коэффициентов регрессии и производя соответствующую коррекцию, в конечном итоге получили

модель, содержащую лишь значимые коэффициенты регрессии.

Для полученного уравнения регрессии проводили проверку его адекватности. Данную проверку осуществляли с помощью критерия Фишера (F -критерий), численное значение которого сравнивали с табличным критическим значением. Если $F_{эмп} < F_{крит}$, то нет оснований отклонять нулевую гипотезу. Если же $F_{эмп} > F_{крит}$, то гипотеза об отсутствии линейной связи отвергалась.

Математическая модель технологических свойств описывается линейным уравнением типа

$$y = B_0 + \sum_{i=1}^n B_i x_i,$$

где y – свойства исследуемой смеси; B_0, \dots, B_n – коэффициенты модели; x_1, \dots, x_n – факторы, влияющие на свойства экзотермической смеси.

Коэффициенты модели определяли по формулам

$$B_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i,$$

$$B_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i x_i^j,$$

где i – порядковый номер в матрице планирования; x_i^j – элементы соответствующего столбца; n – число опытов.

Адекватность уравнений проверялась по F -критерию:

$$F = \frac{\sigma_{ост}^2}{\sigma^2(y)};$$

где

$$\sigma^2(y) = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 / (n-1);$$

$$\sigma_{ост}^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - y_i^{расч})^2 a.$$

Здесь $\sigma_{ост}^2$ – остаточная дисперсия; $\sigma^2(y)$ – дисперсия по y ; f – число степеней свободы; k – число переменных модели; $y_i^{расч}$ – значения свойств, вычисленных по модели в результате подстановки в нее кодировочных значений; \bar{y} – среднее значение по свойству y .

Математическую обработку результатов экспериментов и построение графиков производили с применением корреляционно-регрессионного метода. Среднее квадратичное отклонение определяли по формуле

$$m = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2},$$

где m – среднее квадратичное отклонение; n – число замеров; x_i – отдельные измерения; \bar{x} – среднеарифметическое из n замеров.

Повторные эксперименты производили в тех случаях, когда отдельные ошибки ($\Delta_{пр}$) превышали квадратичную (m) на основании трех опытов: $\Delta_{пр} = 3m$.

Обработка результатов экспериментов позволила получить следующие математические модели приведенных выше свойств смеси:

$$Y_1 = 734,75 - 64X_4 + 64X_2X_5 - 64X_1X_2X_3 - 734,75X_1X_3X_5 - 734,75X_2X_4X_5 + 573X_1X_2X_3X_4 + 172X_1X_2X_3X_5 + 64X_1X_3X_4X_5, \quad (1)$$

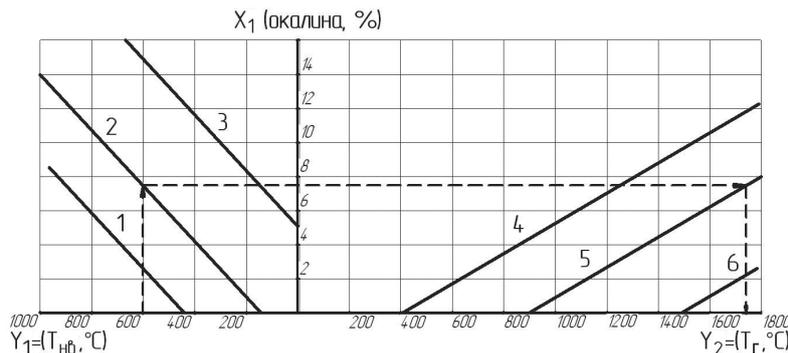
$$Y_2 = 1354,25 + 204,25X_4 - 204,25X_2X_5 + 204,25X_1X_2X_3 - 1354,25X_1X_3X_5 - 1354,25X_2X_4X_5 + 934,25X_1X_2X_3X_4 + 358,5X_1X_2X_3X_5 - 204,25X_1X_3X_4X_5, \quad (2)$$

$$Y_3 = 0,0255 - 0,0255X_1X_3X_5 - 0,0255X_2X_4X_5 + 0,020125X_1X_2X_3X_4. \quad (3)$$

Полученные зависимости непосредственно использованы для формирования корректирующего воздействия в процессе смесеприготовления, так как они отражают связь свойств экзотермической смеси с ее компонентами.

Анализируя полученные уравнения относительно значимых величин коэффициентов при независимых переменных факторах, можно сделать вывод о том, что наибольшее влияние наряду с количеством окислителя и горючего компонента оказывает и введение катализатора горения. Особенно это сказывается на таком теплофизическом показателе, как максимальная температура горения экзотермической смеси. Так, например, в уравнении (2) количество в смеси алюминиевого порошка, окалины и криолита имеет коэффициент 204,25, а когда используется связующая композиция, то этот коэффициент равен 358,5, что свидетельствует о более высокой способности для взаимодействия на кинетику и механизм протекания металлотермических процессов. В этом случае учтен динамический характер нагрева, а также влияние увеличения толщины оксидной пленки и уменьшение суммарной поверхности окалины на скорость окисления. Значительное количество окислителя, согласно уравнению (1), приводит к снижению температуры воспламенения смеси, в этом случае полностью используется кислород окислителя и частично кислород воздуха в печи. Это приводит к более полному и быстрому окислению горючих компонентов экзотермических смесей – порошка алюминия.

Математическая обработка результатов исследования с помощью использования программного



Влияние количества окислителя (X_1) и горючего компонента (X_2) на температуру воспламенения ($T_{нб}$) и температуру горения экзотермической смеси: 1 – $X_2 = +1$ (25%); 2 – $X_2 = 0$ (15%); 3 – $X_2 = -1$ (5%); 4 – $X_2 = -1$ (5%); 5 – $X_2 = 0$ (15%); 6 – $X_2 = +1$ (25%)

продукта StatPlus 2009 Pro позволила построить ряд номограмм (см. рисунок), при помощи которых, задавшись технологически требуемыми свойствами смесей, можно достаточно легко оптимизировать их составы, включающие основные компоненты экзотермической смеси.

Таким образом, по результатам исследования влияния различных факторов на технологические и теплофизические свойства химически

твердеющей экзотермической смеси был определен оптимальный состав экзотермической смеси для обогрева прибылей стальных отливок, состоящий из горючего компонента – 12,0–15,0 мас.%; окислителя – 7,0–10,0; специальной добавки – 1,2–2,9; катализатора горения – 4,0–5,0 мас.%; наполнитель – остальное; и связующей композиции (сверх общей массы сухой смеси) – 7,7–9,0 мас.%.

Литература

1. Б а л а н д и н Г. Ф. Основы теории формирования отливки. В 2-х ч. Ч. 1. Тепловые основы теории и охлаждение отливки. М.: Машиностроение, 1976.
2. Ш м р г а Л. Затвердевание и кристаллизация стальных слитков. М.: Машиностроение, 1985.
3. М а л ы ш е в В. П. Математическое планирование металлургического и химического эксперимента. Алма-Ата: Наука, 1977.
4. А д л е р Ю. П., М а р к о в а Е. В., Г р а н о в с к и й Ю. В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. М.: Наука, 1976.
5. Г м у р м а н В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Высш. шк., 1999.
6. Л у г о в с к а я Л. В. Эконометрика в вопросах и ответах: Учеб. пособ. М.: ТК Велби, Изд-во Проспект, 2005.