



The mathematical models, based on terms of balance for calculation of deformations in details of automobile technique, are offered. The models are realized in software "ProMeH".

А. Н. ЧИЧКО, Ю. В. ЯЦКЕВИЧ, С. Г. ЛИХОВУЗОВ, О. И. ЧИЧКО, БНТУ,
А. М. ЗАХАРИК, РУП «МАЗ»

УДК 629.113–585

РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ «ПРОМЕХ–1» ДЛЯ РАСЧЕТА ПРОЧНОСТИ И ДОЛГОВЕЧНОСТИ ДЕТАЛЕЙ АВТОМОБИЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

Известно, что важнейшим этапом проектирования автомобиля являются расчеты деталей трансмиссии на прочность и долговечность [1–5]. Для литых деталей эти расчеты существенно усложняются, так как необходимо учитывать неоднородность металла. Для создания методов расчета на прочность литых деталей необходимы новые подходы и методы, которые будут развиваться в компьютерной системе «ПроМех-1» (разработка БНТУ).

К проблеме расчета деталей трансмиссии могут быть применены как минимум два подхода. Первый подход заключается в проведении инженерных расчетов нагрузок, основанных на эмпирических данных, которые может испытывать автомобиль. Однако применяемые методы не позволяют детализировать пространственное распределение возможных напряжений нагрузок в силу, поскольку они основываются на уравнениях механики твердого тела, не позволяющих учитывать пространственные особенности детали. Второй подход основан на пространственно распределенных моделях, включающих дифференциальные уравнения и численные модели, позволяющие детализировать нагрузки и напряжения, возникающие в различных узлах трансмиссии. Особенно важен второй подход при проведении расчетов на прочность деталей автомобиля, так как он дает возможность учесть многочисленные особенности и пространственную конфигурацию узлов трансмиссии. Следует отметить, что оба подхода в комплексе позволяют проводить расчеты трансмиссии автомобиля.

Цель настоящей работы – разработка математических моделей системы автоматизированного моделирования для расчета деформационных ха-

рактеристик узлов трансмиссии автомобиля МАЗ с колесной формулой 6×4.

В настоящее время численные модели расчета напряженного состояния реализованы во многих импортных пакетах, таких, как ANSYS, NASTRAN и других, и являются основным инструментом при проектировании деталей автомобиля. Следует отметить, что реализация моделей в компьютерных системах и их детализация, по-прежнему, предмет «now how». В то же время развитие и совершенствование моделей, методов, граничных условий делает необходимым привлечение к расчетам новых подходов. Поэтому остается актуально создание новых математических моделей и программного обеспечения для решения задач прочности и долговечности деталей автомобиля.

Для моделирования распределения упругих деформаций и механических напряжений в пространстве детали был использован конечно-разностный метод, который предполагает разбиение моделируемого геометрического пространства на элементы прямоугольной формы (рис. 1, а). Каждому элементу в компьютерной программе соответствует набор переменных, описывающих состояние данного элементарного объема пространства. Как видно из рис. 1, а, элементы, центры которых попадают в геометрическое пространство детали, принадлежат детали и им присваивается соответствующий статус (переменная $S = 1$). На рисунке они отмечены штриховкой. Остальные элементы считаются пустыми и не участвуют в расчете ($S = 0$). Таким образом, реальная геометрия детали заменяется ее кубической аппроксимацией. Чем меньше размеры элементов, тем более точно можно аппроксимировать геометрию модели.

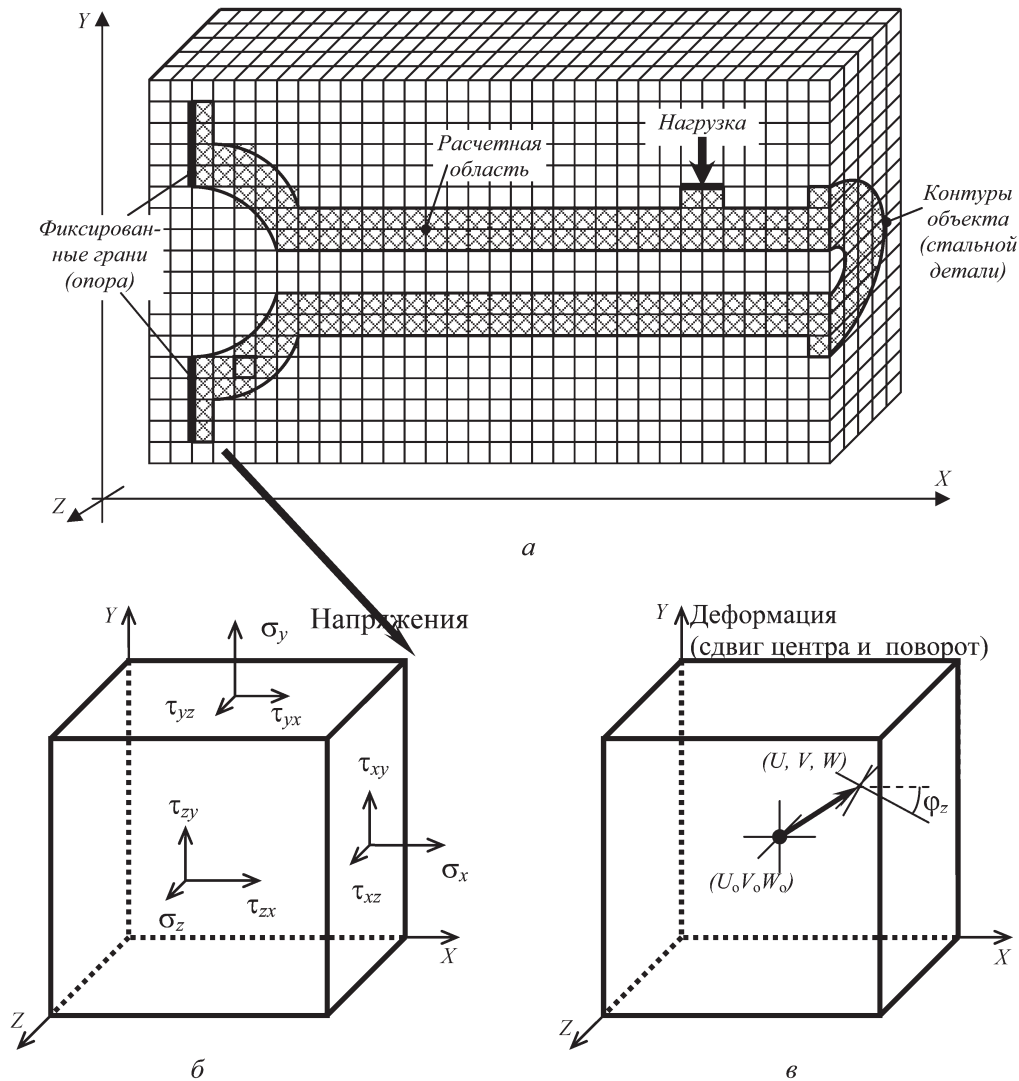


Рис. 1. Компьютерное представление пространства детали для конечно-разностного моделирования трехмерного распределения деформаций и напряжений: а – множества элементов прямоугольной формы; б – напряжения на гранях элементов; в – представление деформации и/или перемещения материала в отдельном элементе пространства в виде сдвига и поворота центра элемента

Взаимодействие прямоугольных элементов этой дискретной системы между собой и с внешними факторами (приложенными к детали нагрузками и опорами) происходит через грани элементов. Для описания этого взаимодействия используются механические напряжения и соответствующий вектор по три соответствующие им переменные для каждой грани (рис. 1, б). Одна переменная определяет нормальное напряжение для грани, еще две – тангенциальные. Под действием приложенных к граням детали сил напряжения элементы материала внутри элемента могут деформироваться и/или перемещаться в пространстве. Этот сложный процесс аппроксимируется перемещением и поворотом геометрического центра элемента (рис. 1, в). Для описания такого перемещения в набор переменных каждого элемента входят переменные u , v и w , которые определяют текущие координаты центра элемента относительно его начального по-

ложения, и переменные φ_x , φ_y и φ_z , которые определяют поворот элемента вокруг соответствующих координатных осей. Приложение некоторой нагрузки на область поверхности детали соответствует заданию некоторого постоянного напряжения для соответствующих этой области граней элементов. Например, для нагрузки (рис. 1, а) верхние грани нагруженных элементов будут иметь постоянное значение нормального напряжения в процессе моделирования ($\sigma_y = \text{const}$). Это соответствует значению граничного условия для границы приложения нагрузки в математической модели.

Воздействие внешней опоры на область поверхности детали соответствует фиксации положения соответствующих этой области элементов в пространстве по некоторому направлению в зависимости от типа опоры. Например, для жестко закрепленного торца детали (рис. 1, а) координаты элементов, касающихся опоры, будут иметь посто-

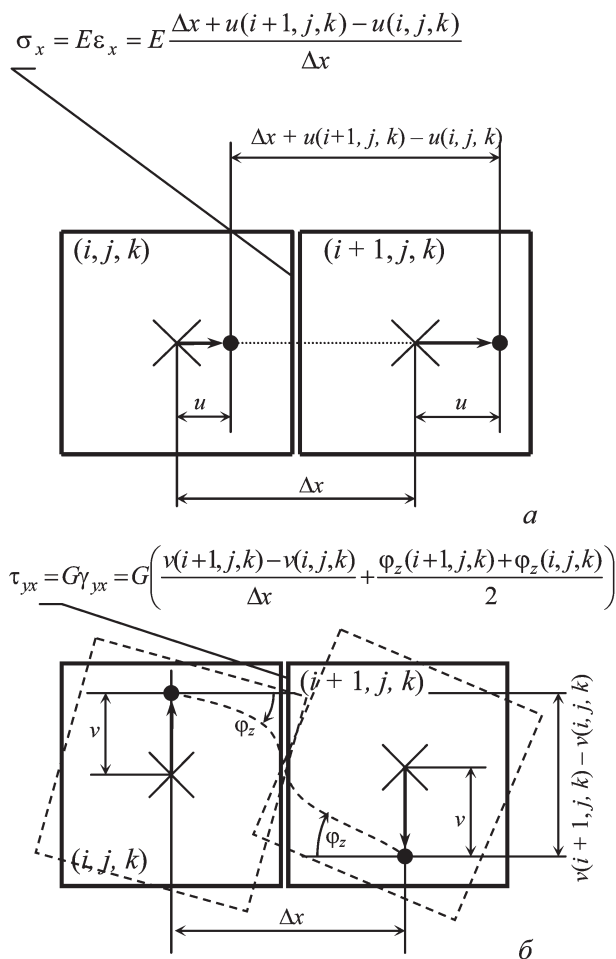


Рис. 2. Конечно-разностное представление деформаций и напряжений материала внутри геометрического пространства двух соседних элементов: а – вычисление продольной деформации ϵ_x и напряжения σ_x на смежной грани элементов исходя из продольных перемещений u центров элементов; б – вычисление поперечной деформации γ_{yx} и напряжения τ_{yx} исходя из поперечных перемещений v и поворотов ϕ_z центров элементов; Δx – шаг конечно-разностной сетки (размер элементов)

янные значения $u = 0$, $v = 0$ и $w = 0$. Это соответствует понятию граничного условия для границы с опорой в математической модели.

На рис. 2 показано, каким образом на основании перемещений и поворотов двух соседних элементов (значений переменных u , v , w , ϕ_x , ϕ_y и ϕ_z) рассчитываются относительные деформации и напряжения на смежной грани этих элементов. Пример расчета нормальной деформации и напряжения приведен на рис. 2, а, а пример расчета поперечной деформации и напряжения – на рис. 2, б.

Процесс расчета распределения деформаций и напряжений в объеме детали сводится к моделированию перемещений и поворотов для каждого элемента по конечно-разностным формулам математической модели в зависимости от текущего состояния элемента и его шести соседей.

Для моделирования распределения механических напряжений в пространстве детали-объекта

была составлена система уравнений, включающая деформации и напряжения для механики сплошной среды:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0, \\ \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0, \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} - \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} - \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0, \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} - \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} = 0, \end{cases} \quad (2)$$

$$\sigma_x = E \epsilon_x = E \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \tau_{xy} = G \gamma_{xy} = G \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \phi_z \right),$$

$$\tau_{zy} = G \gamma_{zy} = G \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \phi_x \right),$$

$$\sigma_y = E \epsilon_y = E \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \tau_{yx} = G \gamma_{yx} = G \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \phi_z \right), \quad (3)$$

$$\tau_{zx} = G \gamma_{zx} = G \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \phi_y \right),$$

$$\sigma_z = E \epsilon_z = E \frac{\partial w}{\partial z}, \quad \tau_{yz} = G \gamma_{yz} = G \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \phi_x \right),$$

$$\tau_{xz} = G \gamma_{xz} = G \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \phi_y \right),$$

где ϵ_x , ϵ_y , ϵ_z – нормальные деформации по осям x , y , z ; τ_{xy} , τ_{yz} , τ_{zx} , τ_{yx} , τ_{zy} , τ_{xz} – тангенциальные деформации; σ_x , σ_y , σ_z – нормальные напряжения элементов структуры по осям x , y , z ; γ_{xy} , γ_{yz} , γ_{zx} , γ_{yx} , γ_{zy} , γ_{xz} – тангенциальные напряжения; u , v , w – перемещения точек среды по осям x , y , z ; ϕ_x , ϕ_y , ϕ_z – тангенсы углов поворота точек среды вокруг своей оси в плоскостях x , y , z ; E – модуль Юнга; G – модуль сдвига.

Системы уравнений (1)–(2) описывают трехмерное распределение напряжений и деформаций объекта. Группа уравнений (3) описывает среду Гука. Системы (1)–(2) были расписаны в виде конечных разностей с учетом уравнений (3). Компьютерный вариант моделирования перемещений и поворотов сеточных элементов, аппроксимирующих деталь в пространстве, запишем в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \frac{E}{(1+\alpha)\theta(x,y,z)} \frac{u(x+\Delta x, y, z) - 2u(x, y, z) + u(x-\Delta x, y, z)}{\Delta x^2} + \right. \\
 & + \frac{G}{\Delta y} \left(\frac{u(x, y+\Delta y, z) - 2u(x, y, z) + u(x, y-\Delta y, z)}{\Delta y} - \frac{\varphi_z(x, y+\Delta y, z) - \varphi_z(x, y-\Delta y, z)}{2} \right) + \\
 & + \frac{G}{\Delta z} \left(\frac{u(x, y, z+\Delta z) - 2u(x, y, z) + u(x, y, z-\Delta z)}{\Delta z} - \frac{\varphi_y(x, y, z+\Delta z) - \varphi_y(x, y, z-\Delta z)}{2} \right) = \\
 & = \Delta u(x, y, z) \left(\frac{2E}{(1+\alpha)\theta(x, y, z)\Delta x^2} + \frac{2G}{\Delta y^2} + \frac{2G}{\Delta z^2} \right), \\
 & \frac{E}{(1+\alpha)\theta(x,y,z)} \frac{v(x, y+\Delta y, z) - 2v(x, y, z) + v(x, y-\Delta y, z)}{\Delta y^2} + \\
 & + \frac{G}{\Delta x} \left(\frac{v(x+\Delta x, y, z) - 2v(x, y, z) + v(x-\Delta x, y, z)}{\Delta x} - \frac{\varphi_z(x+\Delta x, y, z) - \varphi_z(x-\Delta x, y, z)}{2} \right) + \\
 & + \frac{G}{\Delta z} \left(\frac{v(x, y, z+\Delta z) - 2v(x, y, z) + v(x, y, z-\Delta z)}{\Delta z} - \frac{\varphi_x(x, y, z+\Delta z) - \varphi_x(x, y, z-\Delta z)}{2} \right) = \\
 & = \Delta v(x, y, z) \left(\frac{2E}{(1+\alpha)\theta(x, y, z)\Delta y^2} + \frac{2G}{\Delta x^2} + \frac{2G}{\Delta z^2} \right), \\
 & \frac{E}{(1+\alpha)\theta(x,y,z)} \frac{w(x, y, z+\Delta z) - 2w(x, y, z) + w(x, y, z-\Delta z)}{\Delta z^2} + \\
 & + \frac{G}{\Delta x} \left(\frac{w(x+\Delta x, y, z) - 2w(x, y, z) + w(x-\Delta x, y, z)}{\Delta x} - \frac{\varphi_y(x+\Delta x, y, z) - \varphi_y(x-\Delta x, y, z)}{2} \right) + \\
 & + \frac{G}{\Delta y} \left(\frac{w(x, y+\Delta y, z) - 2w(x, y, z) + w(x, y-\Delta y, z)}{\Delta y} - \frac{\varphi_x(x, y+\Delta y, z) - \varphi_x(x, y-\Delta y, z)}{2} \right) = \\
 & = \Delta w(x, y, z) \left(\frac{2E}{(1+\alpha)\theta(x, y, z)\Delta z^2} + \frac{2G}{\Delta x^2} + \frac{2G}{\Delta y^2} \right),
 \end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{G}{\Delta y} \left(\frac{u(x, y+\Delta y, z) - u(x, y-\Delta y, z)}{\Delta y} - \frac{\varphi_z(x, y+\Delta y, z) + 2\varphi_z(x, y, z) + \varphi_z(x, y-\Delta y, z)}{2} \right) + \\
 & + \frac{G}{\Delta x} \left(\frac{v(x+\Delta x, y, z) - v(x-\Delta x, y, z)}{\Delta x} + \frac{\varphi_z(x+\Delta x, y, z) + 2\varphi_z(x, y, z) + \varphi_z(x-\Delta x, y, z)}{2} \right) = \\
 & = \Delta \varphi_z(x, y, z) \left(\frac{G}{\Delta y} + \frac{G}{\Delta x} \right), \\
 & \frac{G}{\Delta y} \left(\frac{w(x, y+\Delta y, z) - w(x, y-\Delta y, z)}{\Delta y} - \frac{\varphi_x(x, y+\Delta y, z) + 2\varphi_x(x, y, z) + \varphi_x(x, y-\Delta y, z)}{2} \right) - \\
 & - \frac{G}{\Delta z} \left(\frac{v(x, y, z+\Delta z) - v(x, y, z-\Delta z)}{\Delta z} + \frac{\varphi_x(x, y, z+\Delta z) + 2\varphi_x(x, y, z) + \varphi_x(x, y, z-\Delta z)}{2} \right) = \\
 & = \Delta \varphi_x(x, y, z) \left(\frac{G}{\Delta y} + \frac{G}{\Delta z} \right), \\
 & \frac{G}{\Delta z} \left(\frac{u(x, y, z+\Delta z) - u(x, y, z-\Delta z)}{\Delta z} - \frac{\varphi_y(x, y, z+\Delta z) + 2\varphi_y(x, y, z) + \varphi_y(x, y, z-\Delta z)}{2} \right) - \\
 & - \frac{G}{\Delta x} \left(\frac{w(x+\Delta x, y, z) - w(x-\Delta x, y, z)}{\Delta x} - \frac{\varphi_y(x+\Delta x, y, z) + 2\varphi_y(x, y, z) + \varphi_y(x-\Delta x, y, z)}{2} \right) = \\
 & = \Delta \varphi_y(x, y, z) \left(\frac{G}{\Delta x} + \frac{G}{\Delta z} \right),
 \end{aligned} \tag{5}$$

где Δx , Δy , Δz – шаг пространственной сетки по соответствующим направлениям.

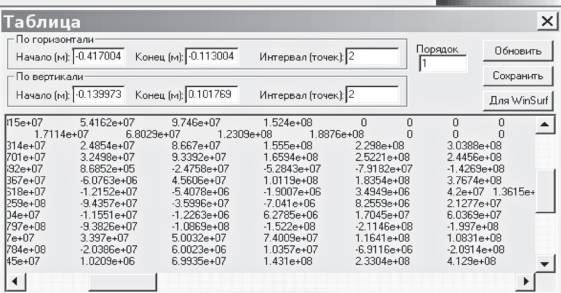


Рис. 3. Интерфейс программы «ПроМех-1» (поле напряжений вала ведущей шестерни в виде числовых значений)

Численное моделирование деформации сводилось к перерасчету поля перемещений (u , v , w) и поворотов (φ_x , φ_y , φ_z) по формулам (4), (5) для всех конечно-разностных элементов. Процесс перерасчета повторялся до тех пор, пока не выполнялось условие $\Delta u < \xi$, $\Delta v < \xi$, $\Delta w < \xi$, где ξ – точность вычисления перемещений (в расчетах $\xi = 10^{-9}$ м).

Начальные условия при расчете полей деформаций и напряжений для всех элементов пространства детали: $u = 0$, $v = 0$, $w = 0$, $\varphi_x = 0$, $\varphi_y = 0$, $\varphi_z = 0$. Граничные условия различаются для разных элементов, поскольку предполагается наличие нескольких типов границ. Для границ между объектом и свободным пространством напряжения на

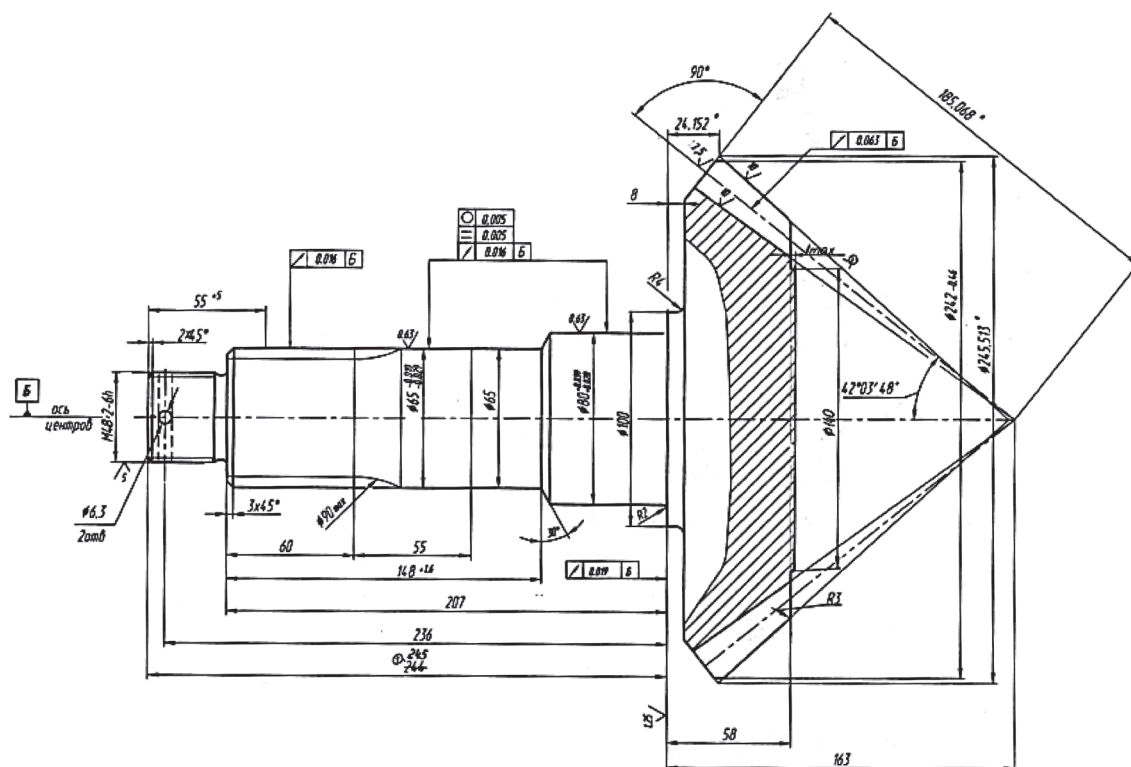


Рис. 4. Геометрия выходного вала среднего моста

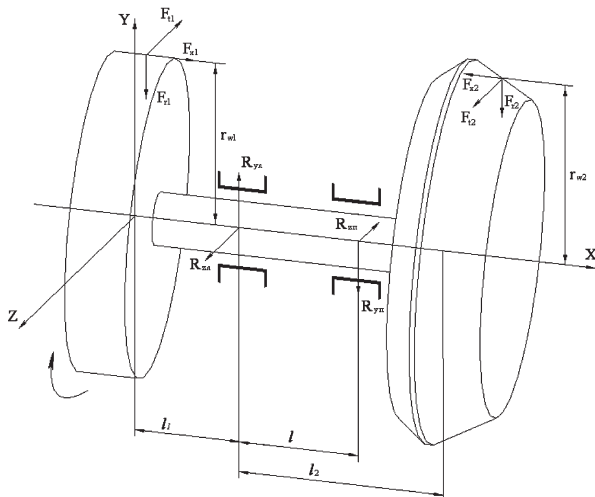


Рис. 5. Схема вала для определения действующих на него нагрузок

соответствующих гранях элементов отсутствуют: $\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_z = 0$, $\tau_{xy} = \tau_{yz} = \tau_{zx} = \tau_{yx} = \tau_{zy} = \tau_{xz} = 0$. Для границ в области приложения внешней механической нагрузки напряжения на гранях элементов будут иметь некоторое постоянное значение, задаваемое в качестве исходного параметра для конкретного вычислительного эксперимента. Например, для приложенной вертикально нагрузки $\epsilon_x = 0$, $\epsilon_y = \epsilon_{нагр}$, $\epsilon_z = 0$, $\tau_{xy} = \tau_{yz} = \tau_{zx} = \tau_{yx} = \tau_{zy} = \tau_{xz} = 0$. Для границ в области воздействия на объект внешней опоры положение граничных элементов будет фиксированным по определенным направлениям в зависимости от вида опоры. Например, для жестко закрепленного в некоторых областях объекта значения $u = 0$, $v = 0$, $w = 0$, $\phi_x = 0$, $\phi_y = 0$, $\phi_z = 0$ будут сохраняться постоянными в процессе всего моделирования.

На основе представленной модели была разработана программа «ПроМех-1». На рис. 3 показан интерфейс программы «ПроМех-1». Программа «ПроМех-1» позволяет рассчитывать в любых сечениях детали во времени поля напряжений и деформаций. Возможен просмотр 3d-детали в зависимости от анализируемого свойства. Так, выделив точку в координатной плоскости детали, можно получить трехмерное изображение напряжений. Существует дополнительная возможность численного представления распределения в табличном виде значений напряжений и деформаций в выделенной плоскости, что может быть использовано для оценки критических напряжений.

Рассмотрим некоторые результаты моделирования вала ведущей шестерни автомобиля МАЗ, полученные с помощью программы «ПроМех-1». На рис. 4, 5 показана исходная геометрия рассчитываемой детали, направление перемещений после приложения соответствующих нагрузок в основных сечениях – на рис. 6–8. По этим изображениям

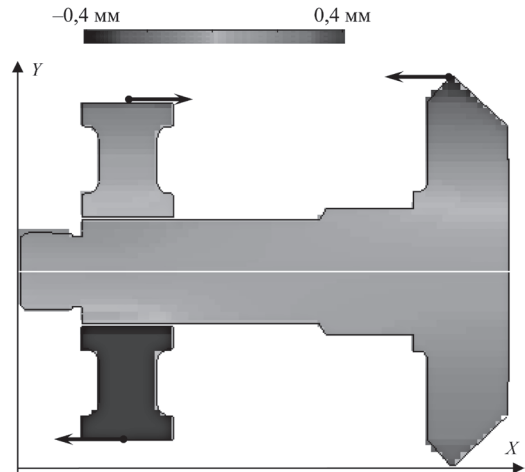


Рис. 6. Поле перемещения вдоль оси X вала ведущей шестерни и шестерни цилиндрической передачи в вертикальном сечении (YX), рассчитанное в КС «ПроМех-1»

легко оценить уровень деформации различных элементов моделируемой механической системы.

Анализ вертикального сечения поля перемещений, проходящего вдоль оси вала, показал, что под действием приложенных нагрузок шестерня поворачивается перпендикулярно оси вращения вала в плоскости XY по часовой стрелке (см. рис. 5). Причем центром этого вращения является верхняя часть левой боковой грани внутреннего кольца левого подшипника. Ведущая шестерня под действием нагрузок поворачивается перпендикулярно оси вращения вала в плоскости (XY) против часовой стрелки. Причем центром этого вращения является верхняя часть правой боковой грани внутреннего кольца правого подшипника. Сам вал под действием шестерен прогибается незначительно благодаря опорам (внутренняя поверхность колец подшипников). Только левый конец вала заметно смещается вверх под действием поворота шестерни цилиндрической передачи.

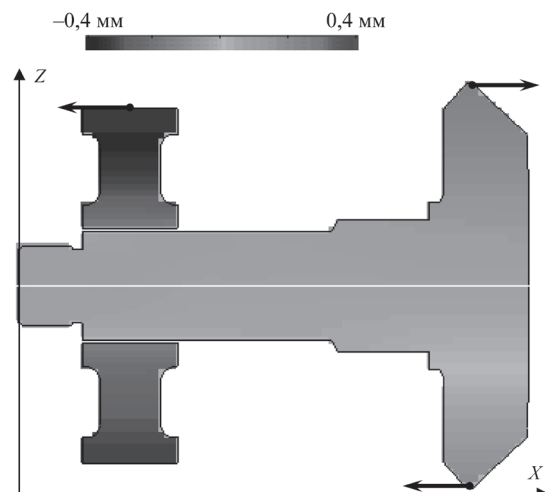


Рис. 7. Поле перемещения вдоль оси X вала ведущей шестерни и шестерни цилиндрической передачи в горизонтальном сечении (XZ), рассчитанное в КС «ПроМех-1»

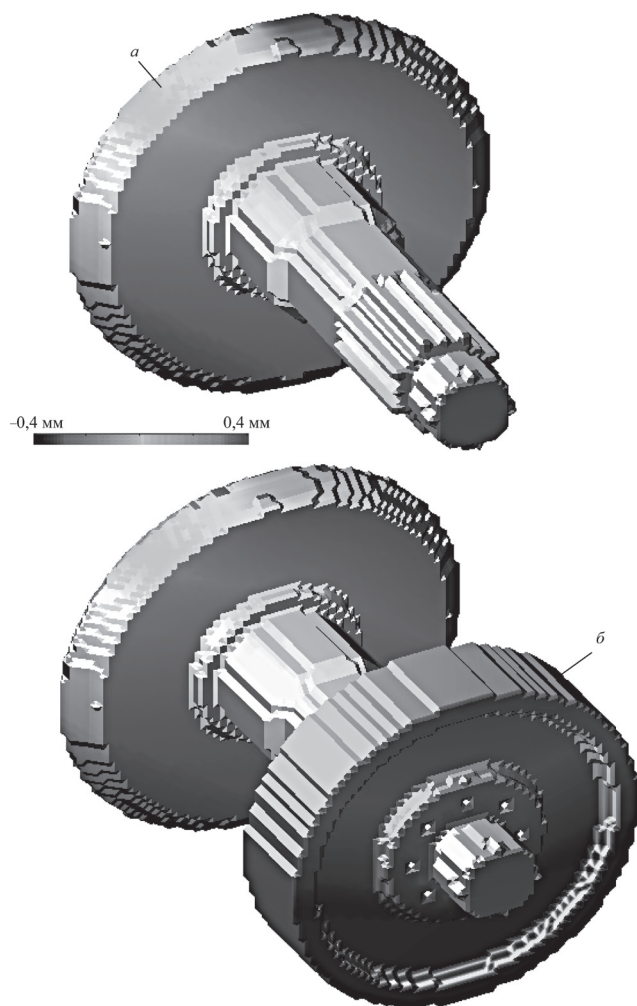


Рис. 8. Аксонометрия перемещения вдоль оси X ведущей шестерни (а) и шестерни цилиндрической передачи (б), рассчитанная в КС «ПроМех-1»

Ведущая шестерня под действием нагрузок поворачивается перпендикулярно оси вращения вала в плоскости (XZ) по часовой стрелке. Причем центром этого вращения является задняя часть правой боковой грани внутреннего кольца правого подшипника. Левый конец вала под действием шестерен смещается вперед (направление $+Z$), а правый конец – назад (направление $-Z$).

На рис. 6, 7 приведены количественные данные по деформациям вдоль оси X , совпадающей по направлению с осью вращения вала. Данные рис. 6 позволяют оценить поворот шестерен в вертикальной плоскости перпендикулярно оси вращения вала. Из рисунка видно, что шестерня цилиндрической передачи поворачивается по часовой стрелке таким образом, что верхняя ее часть смещается в направлении

оси X на 0,3 мм, а нижняя часть – в противоположном направлении более чем на 0,4 мм. Ведущая шестерня поворачивается против часовой стрелки таким образом, что нижняя ее часть смещается в направлении оси X на 0,3 мм, а верхняя часть – в противоположном направлении на 0,3 мм.

Данные рис. 7 позволяют оценить поворот шестерен в горизонтальной плоскости перпендикулярно оси вращения вала. Из рисунка видно, что шестерня цилиндрической передачи в данном сечении смещается в направлении, противоположном оси X на 0,4 мм. Ведущая шестерня поворачивается по часовой стрелке таким образом, что верхняя ее часть смещена в направлении оси X на 0,3 мм, а нижняя часть – в противоположном направлении на 0,3 мм.

Трехмерное изображение позволяет оценить характер перекоса шестерен при приложении нагрузок относительно оси вращения вала (рис. 8). Данные рисунка отображают проекции на трехмерную поверхность вала ведущей шестерни (а) и шестерни цилиндрической передачи (б). Из рисунка видно, что шестерни перекашиваются не только в противоположных направлениях, но и ассиметрично друг другу.

По результатам моделирования трехмерного поля перемещения материала механической системы «шестерня цилиндрической передачи – вал ведущей шестерни» было рассчитано трехмерное поле деформаций и соответствующее трехмерное поле механических напряжений.

Таким образом, представленные результаты моделирования деформационного поля, возникающего в вале ведущей шестерни, показывают «болевы» точки детали, что необходимо учитывать при проектировании деталей автомобильной техники.

Вывод

Предложены математические модели, основанные на условиях равновесия для расчета деформаций в деталях автомобильной техники, учитывающие особенности пространственного распределения детали. По этим моделям разработана система автоматизированного моделирования «ПроМех-1» и проиллюстрированы ее возможности для оценки деформационных нагрузок. В результате компьютерного моделирования распределения деформаций и механических напряжений в системе «шестерня цилиндрической передачи – вал ведущей шестерни» выявлены пространственные области, в которых вал ведущей шестерни подвергается наибольшим механическим нагрузкам.

Литература

1. Агапов В. П. Метод конечных элементов в статике, динамике и устойчивости пространственных тонкостенных подкрепленных конструкций, 2000.
2. Биргер И. А. Расчет на прочность деталей машин, 1966.
3. Гольденблат И. И. Длительная прочность в машиностроении, 1977.
4. Горский Л. К. Статистические алгоритмы исследования надежности, 1970.
5. Дунаев П. Ф. Конструирование узлов и деталей машин, 1985.